

# Gamma en Neutron afscherming

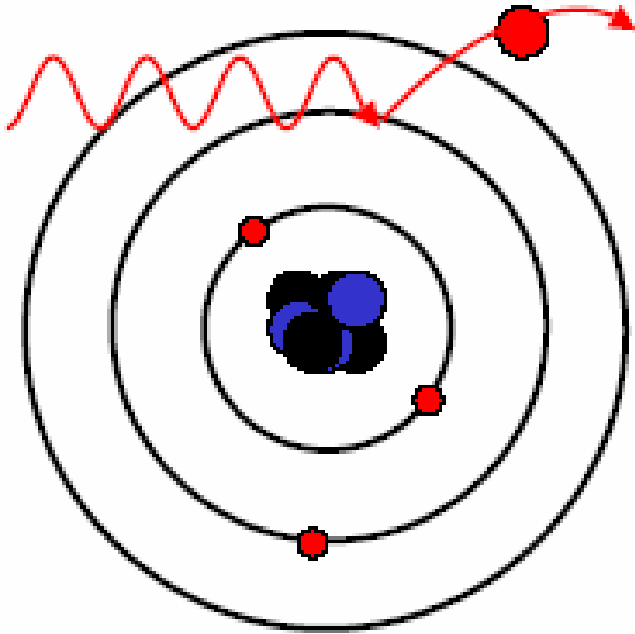


**Jan Leen Kloosterman**  
**Technische Universiteit Delft**

# Verschillen gamma-neutronen

- Gamma's hebben interactie met atoom**schil**
  - Foto-elektrisch effect
  - Compton verstrooiing
  - Paarvorming
- Neutronen hebben interactie met atoom**kern**
  - Elastische verstrooiing
  - Inelastische verstrooiing
  - Neutronvangst:  $(n, \gamma)$
  - 'Exotische' reacties:  $(n, 2n)$ ,  $(n, p)$ ,  $(n, d)$ ,  $(n, t)$ ,  $(n, \alpha)$ , ..

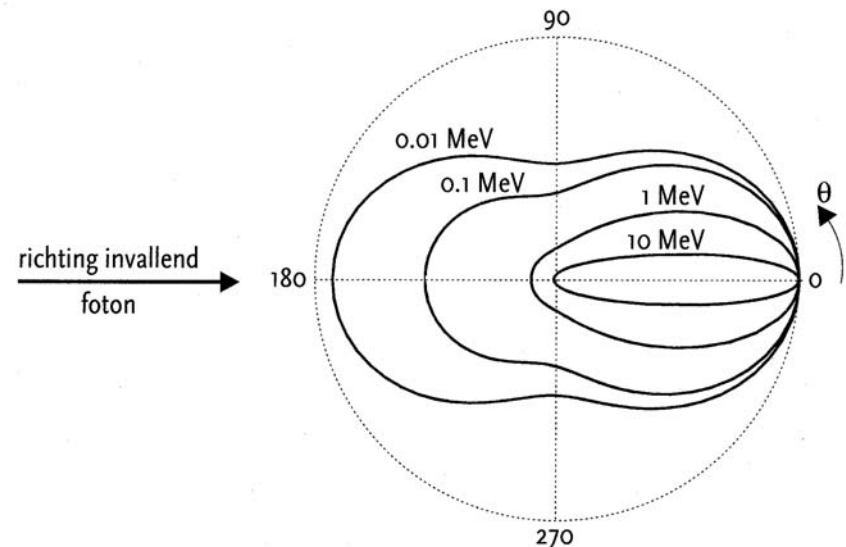
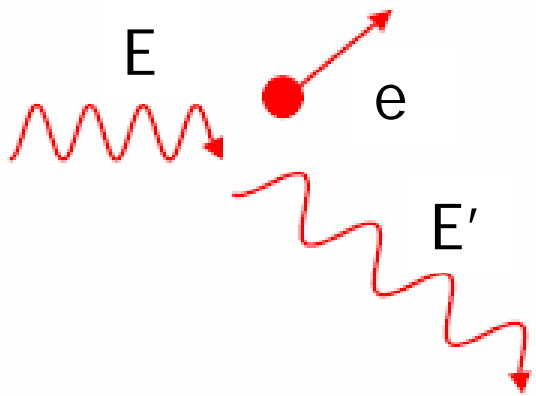
# Interaction of electro-magnetic radiation: Photo-electric effect



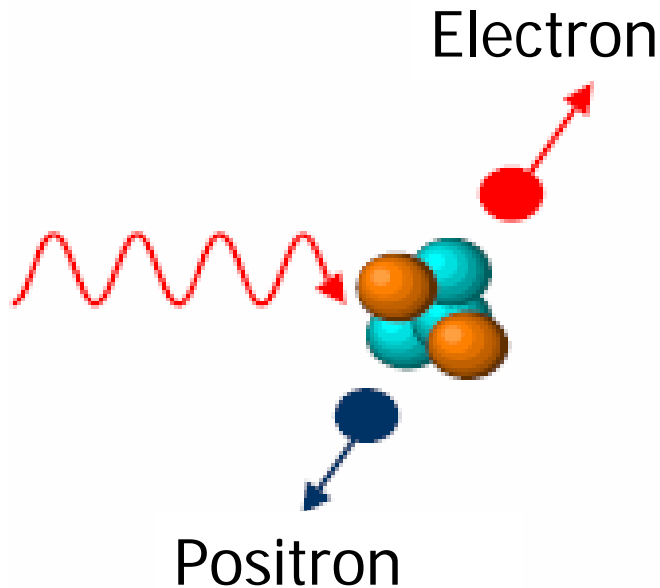
- Absorption of a photon by a bound electron
- Photon energy converted into potential and kinetic energy of the electron
- Momentum is conserved by recoil of the residual atom

# Interaction of electro-magnetic radiation: Compton scattering

- Inelastic scattering of a gamma ray at an unbound electron
- The photon is not absorbed, but softened

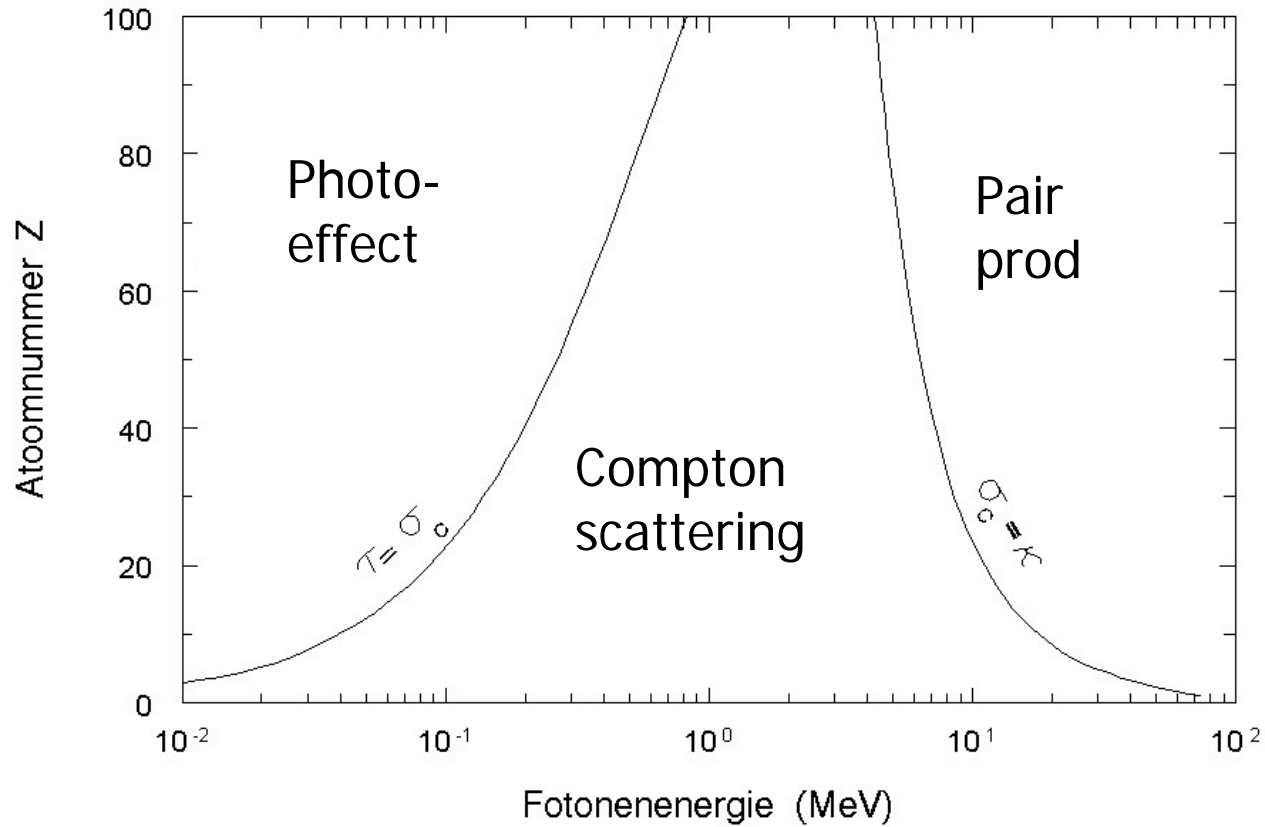


# Interaction of electro-magnetic radiation: Pair production

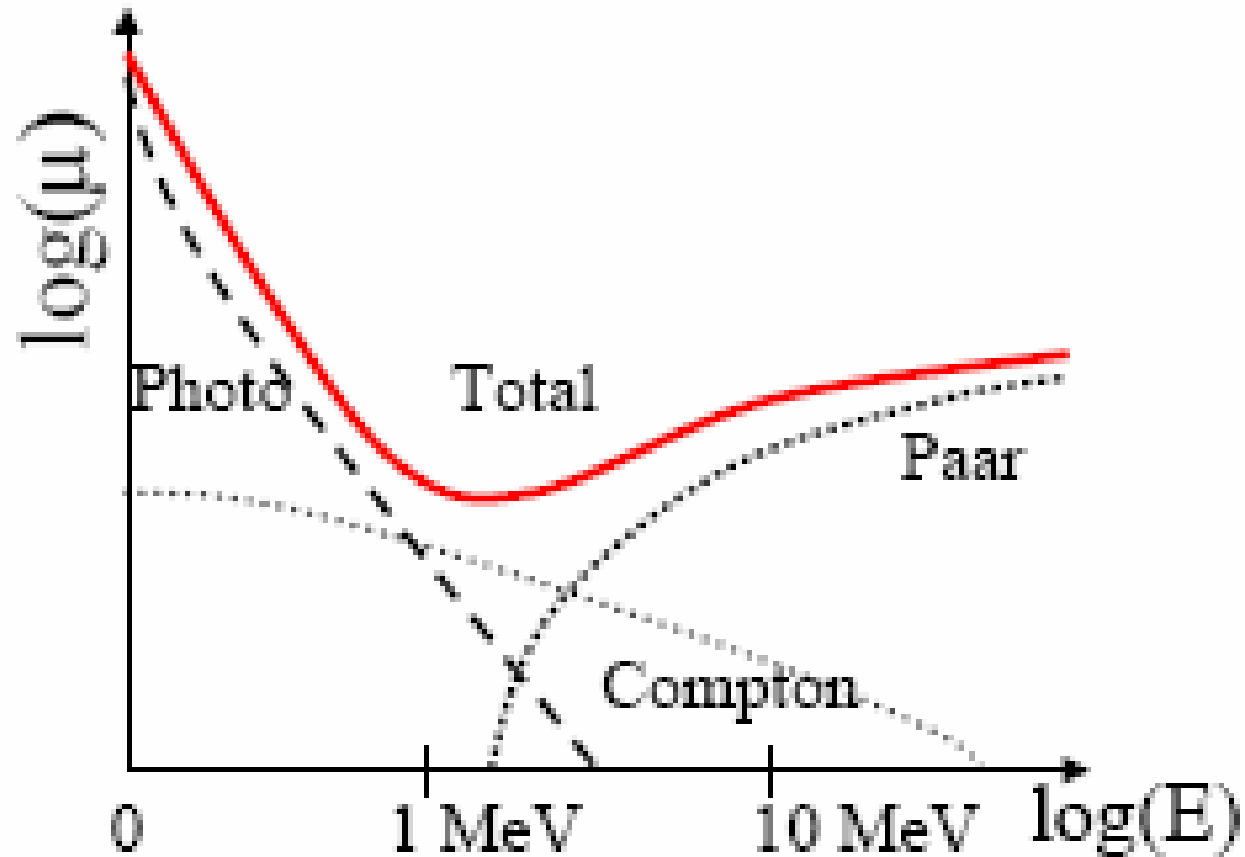


- Conversion of a gamma ray into an electron and a positron
- Threshold energy: 1.022 MeV
- Annihilation of positron with electron: two gamma rays of 0.511 MeV

# Gamma interactie-coefficient

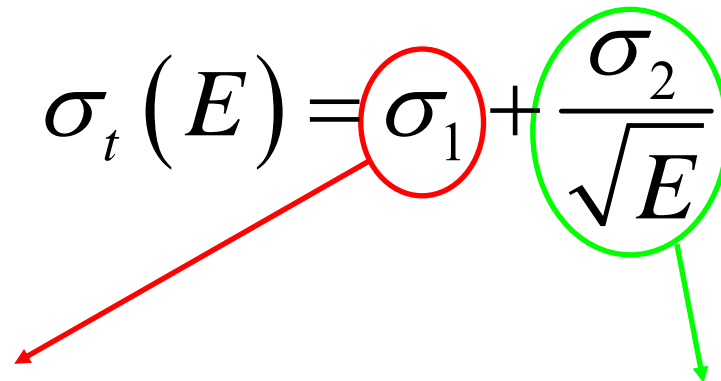


# Gamma interactie-coefficient



# Neutron interactie-coefficient

## Lichte atoomkernen

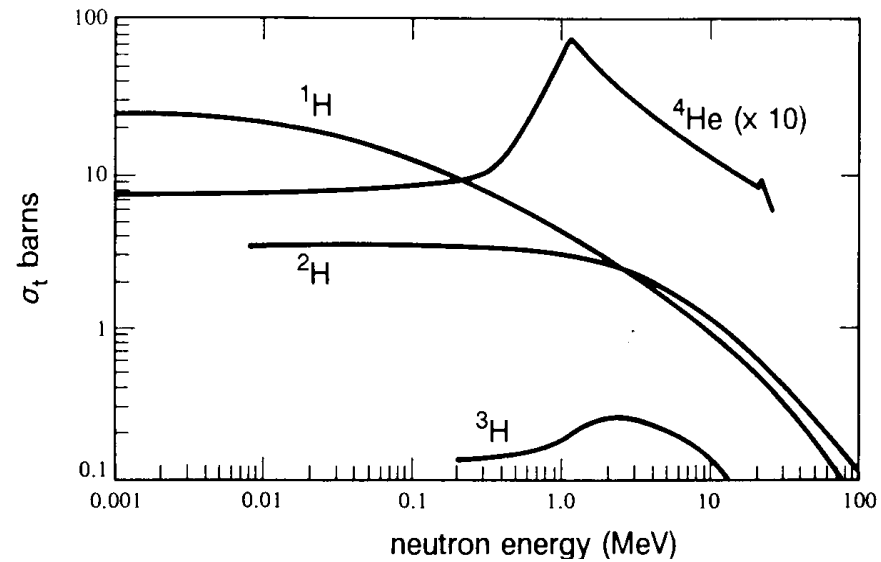
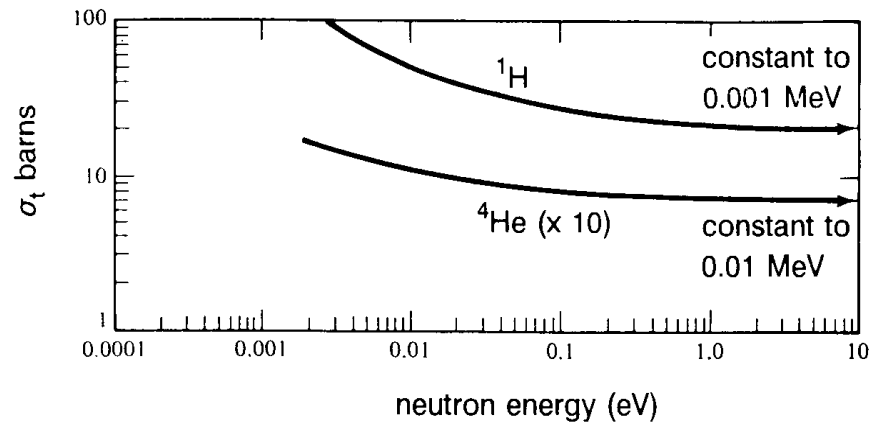
$$\sigma_t(E) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{\sqrt{E}}$$


**Elastische verstrooiing**

**Gelijk aan geometrische  
doorsnede van atoom-  
kern**

**Neutronvangst**

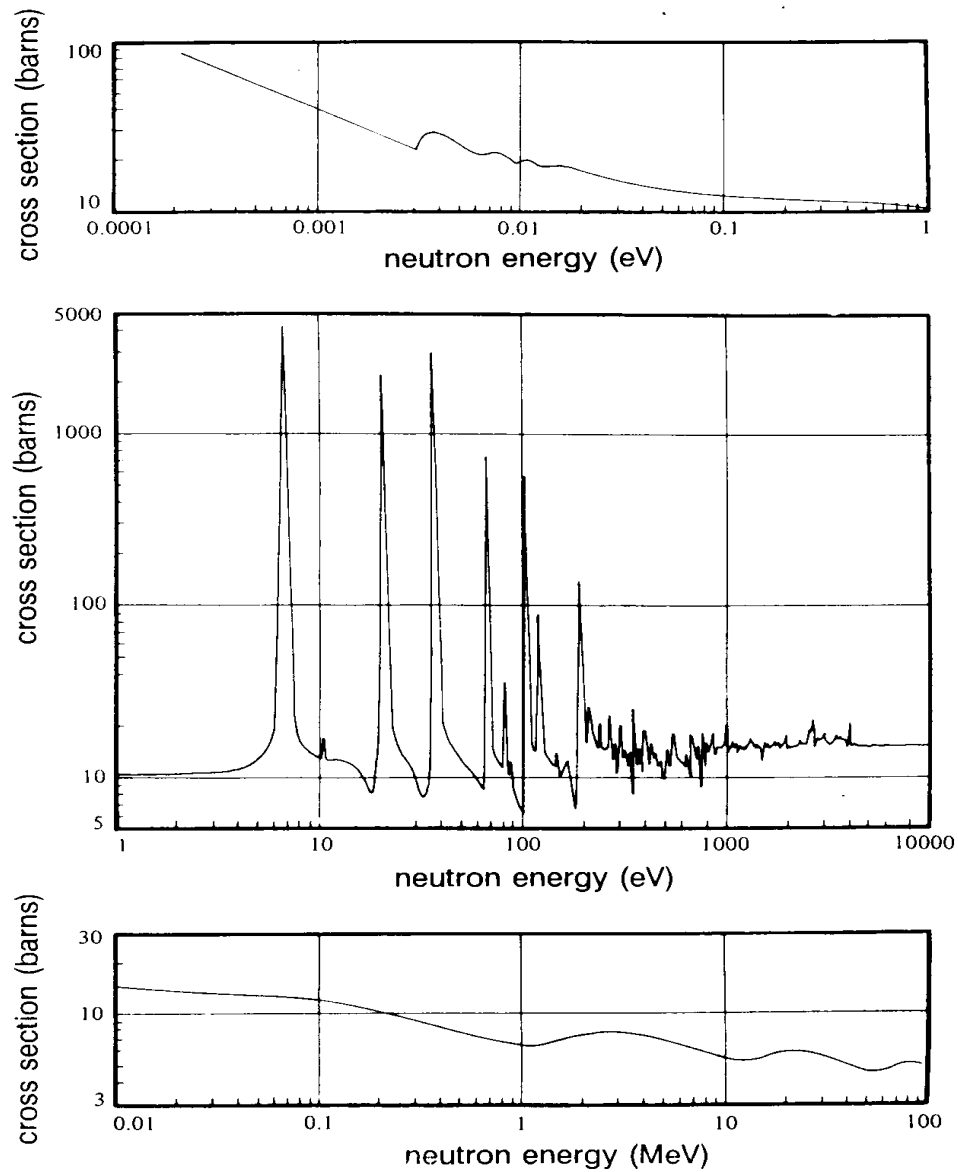
**Evenredig aan verblijftijd  
neutron in de buurt van  
atoomkern**



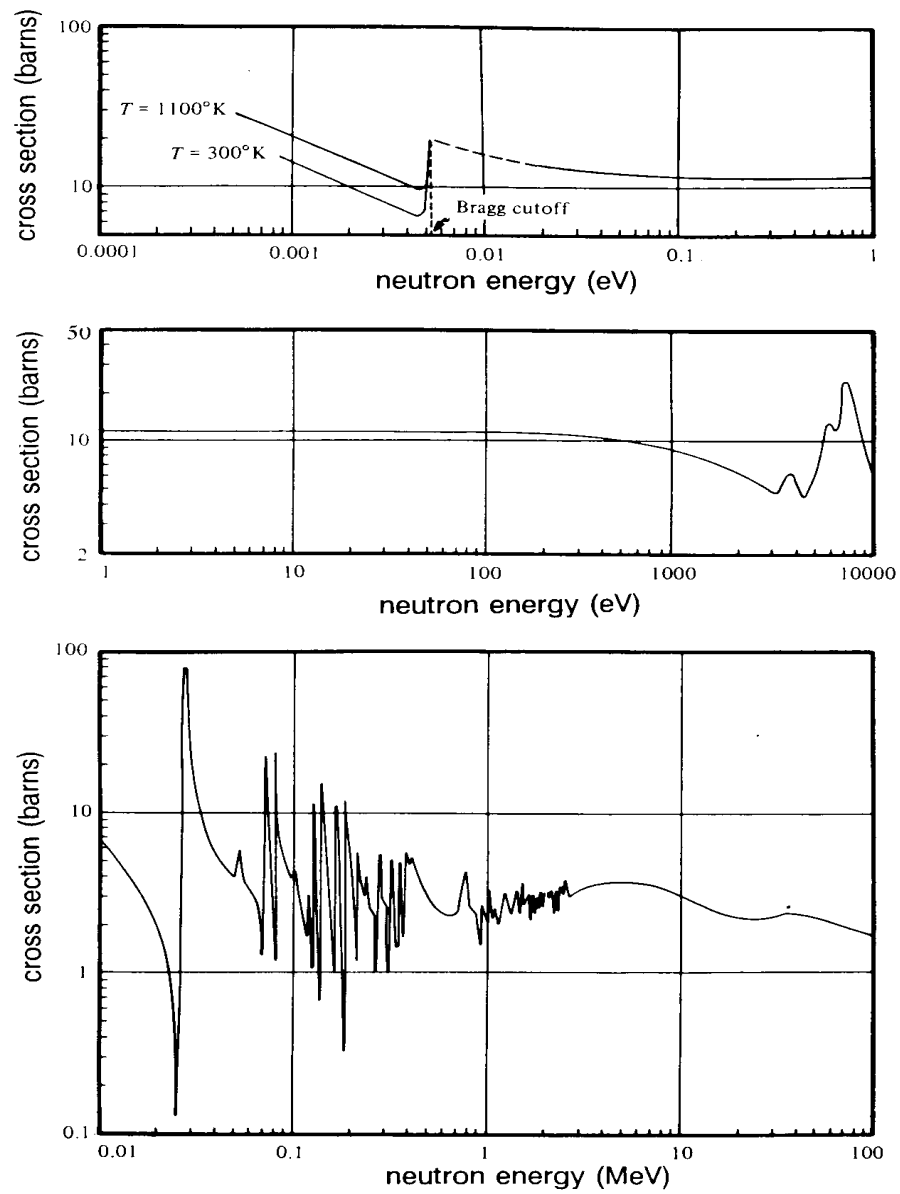
# Neutron interactie-coefficient

## Zware atoomkernen: Resonantieverschijnselen

# U-238



# Fe



# Neutronverstrooiing

- Overheersend voor  $E > 0.5$  MeV
- Verstrooiing bestaat uit:
  - ❖ **Vangstverstrooiing** (neutron wordt opgenomen in kern)
    - inelastisch: kern blijft achter in aangeslagen toestand → verval  $\gamma$ 's !
    - elastisch: kern blijft achter in grondtoestand
  - ❖ **Potentiaalverstrooiing** (interactie met gehele kern).
    - altijd elastisch
    - doorsnede gelijk aan geometrische doorsnede atoomkern
- Behoud van energie en momentum

# Isotrope verstrooiing in MMP systeem

$$\sigma_s(E \rightarrow E') = \frac{\sigma_s(E)}{E(1-\alpha)}$$

$$\text{met } \alpha = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

Gemiddeld energieverlies per botsing:

$$\overline{E - E'} = \frac{1}{2}(1-\alpha)E$$

$$\xi \equiv \overline{\ln(E) - \ln(E')} = \overline{\ln \frac{E}{E'}} = 1 + \frac{\alpha \ln \alpha}{1-\alpha}$$

# Isotrope verstrooiing in MMP systeem

$$\xi \equiv \overline{\ln(E) - \ln(E')} = \overline{\ln \frac{E}{E'}} = 1 + \frac{\alpha \ln \alpha}{1 - \alpha}$$

dan geldt voor het gemiddeld aantal botsingen die benodigd zijn om een neutron van energie  $E_0$  af te remmen tot  $E_1$ :

$$n = \frac{1}{\xi} \ln \left( \frac{E_0}{E_1} \right)$$

# *Isotrope verstrooiing in MMP systeem*

Moderator	A	$\alpha$	$\xi$	n (2 MeV→1eV)
H	1	0	1	14
D	2	0.111	0.725	20
He	4	0.360	0.425	34
Be	9	0.640	0.209	69
C	12	0.716	0.158	91
Fe	56	0.931	0.035	411
U	238	0.983	0.008	1730

# Inelastische verstrooiing

$$E_{dr} = \frac{1+A}{A} Q$$

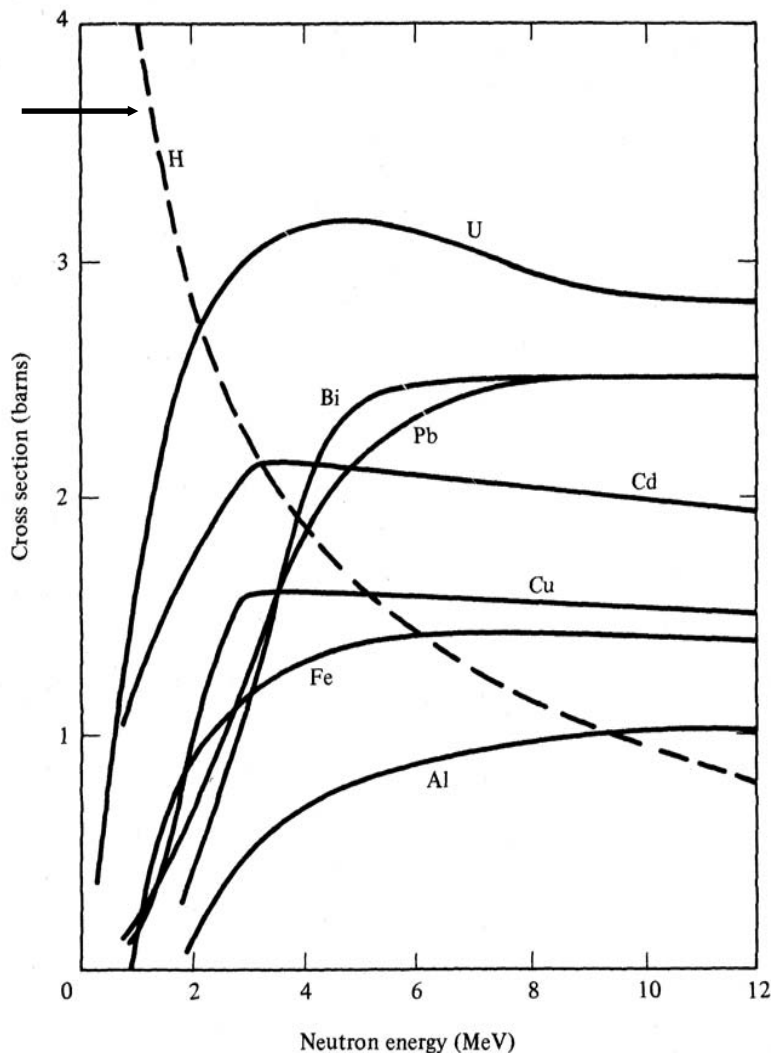
Q is energieniveau van eerste aangeslagen toestand

Q is kleiner naarmate de atoomkern zwaarder is

Dus inelastische verstrooiing vooral bij zware kernen

# Inelastische verstrooiing

waterstof  
doorsnede



Niet-elastische  
doorsnede

(neemt toe met  
toenemende Z)

# Elastische vs Inelastische verstrooiing (zwarte kernen)

	Elastisch	Inelastisch
Interactiekans	Groot	Klein
Energieverlies	Klein	Groot
Aantal botsingen	Groot	Klein
Gamma's	Niet	Wel

# Neutronvangst

- Nucliden met hoge vangstdoorsnede: Li-6, B-10, Cd-113
- Vangstgamma's
  - hoge energie (tot 10 MeV, door kinetische energie en bindingsenergie van neutron)
- Activeringsgamma's
  - lagere energie, wel belangrijk



vangstgamma's

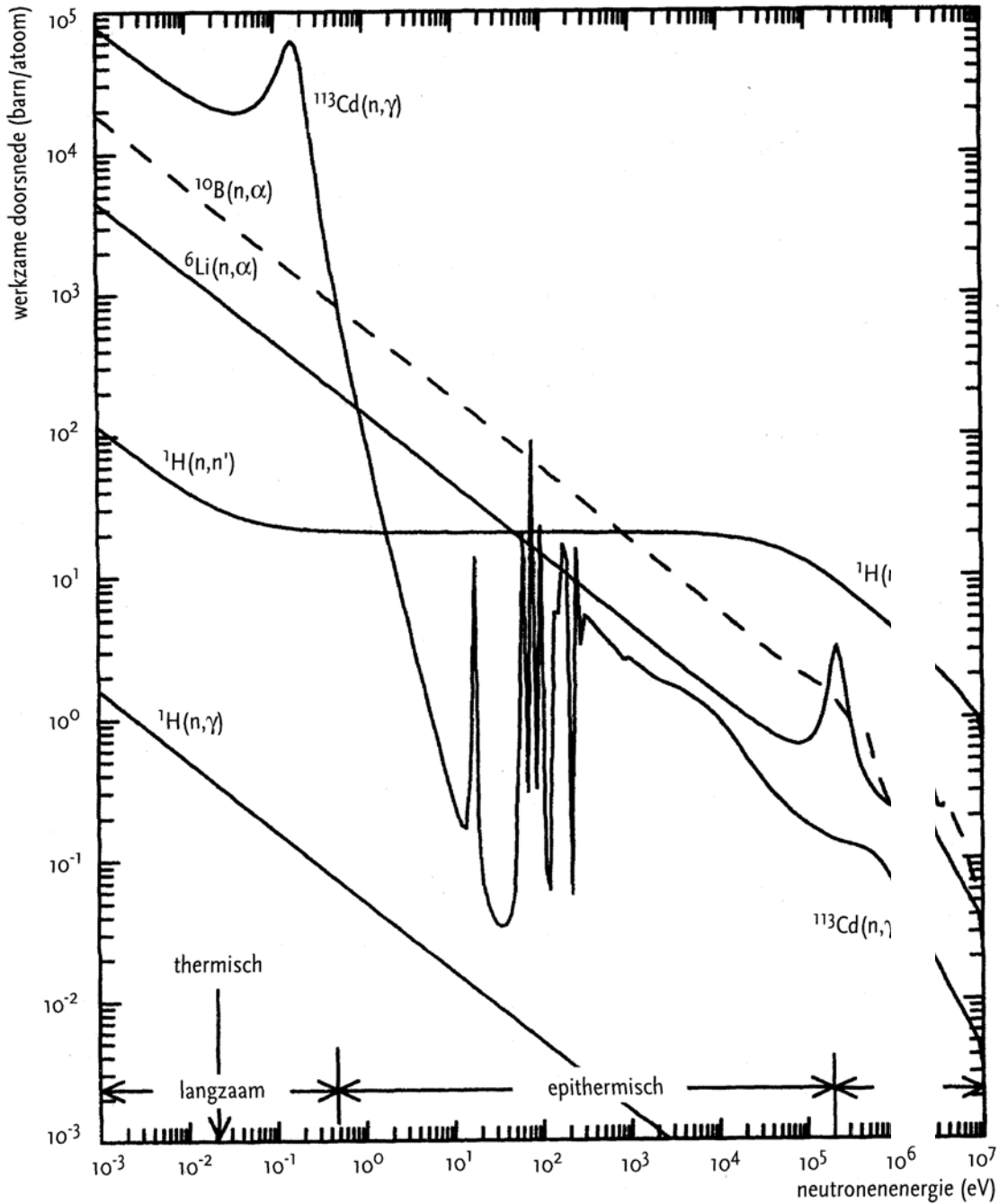
activeringsgamma's

0-8 MeV

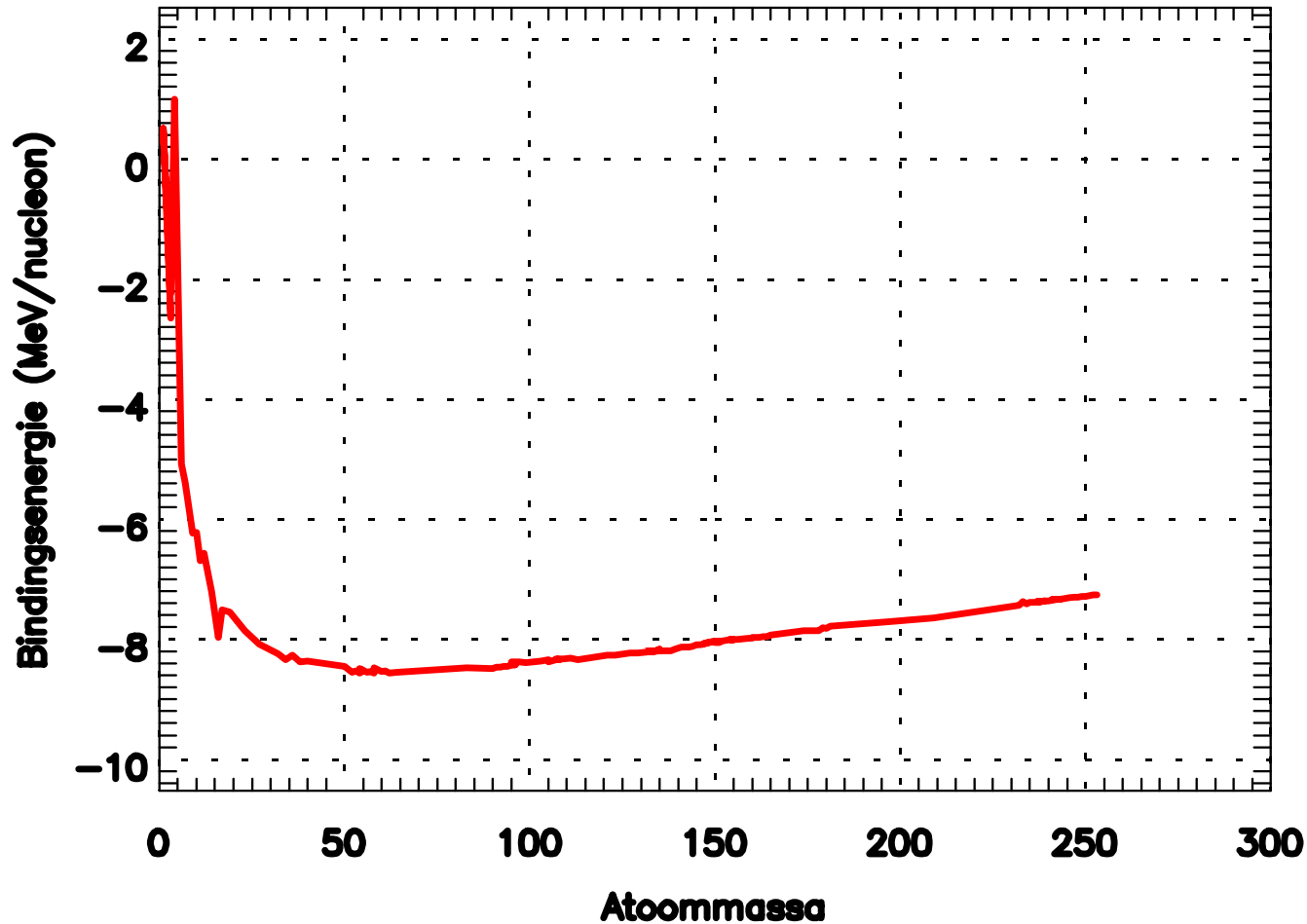
1.17 en 1.33 MeV

momentaan

$T_{1/2} = 5.23$  jaar



# Bindingsenergie



# Transport van neutrale deeltjes

**Onverstrooide** flux rond mono-energetische bron:

$$\Phi_0(r) = Q \frac{\exp(-\mu r)}{4\pi r^2}$$

Met meerdere afschermingslagen:

$$\Phi_0(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \exp\left(-\int_0^r \mu(r') dr'\right)$$

# Transport van neutrale deeltjes

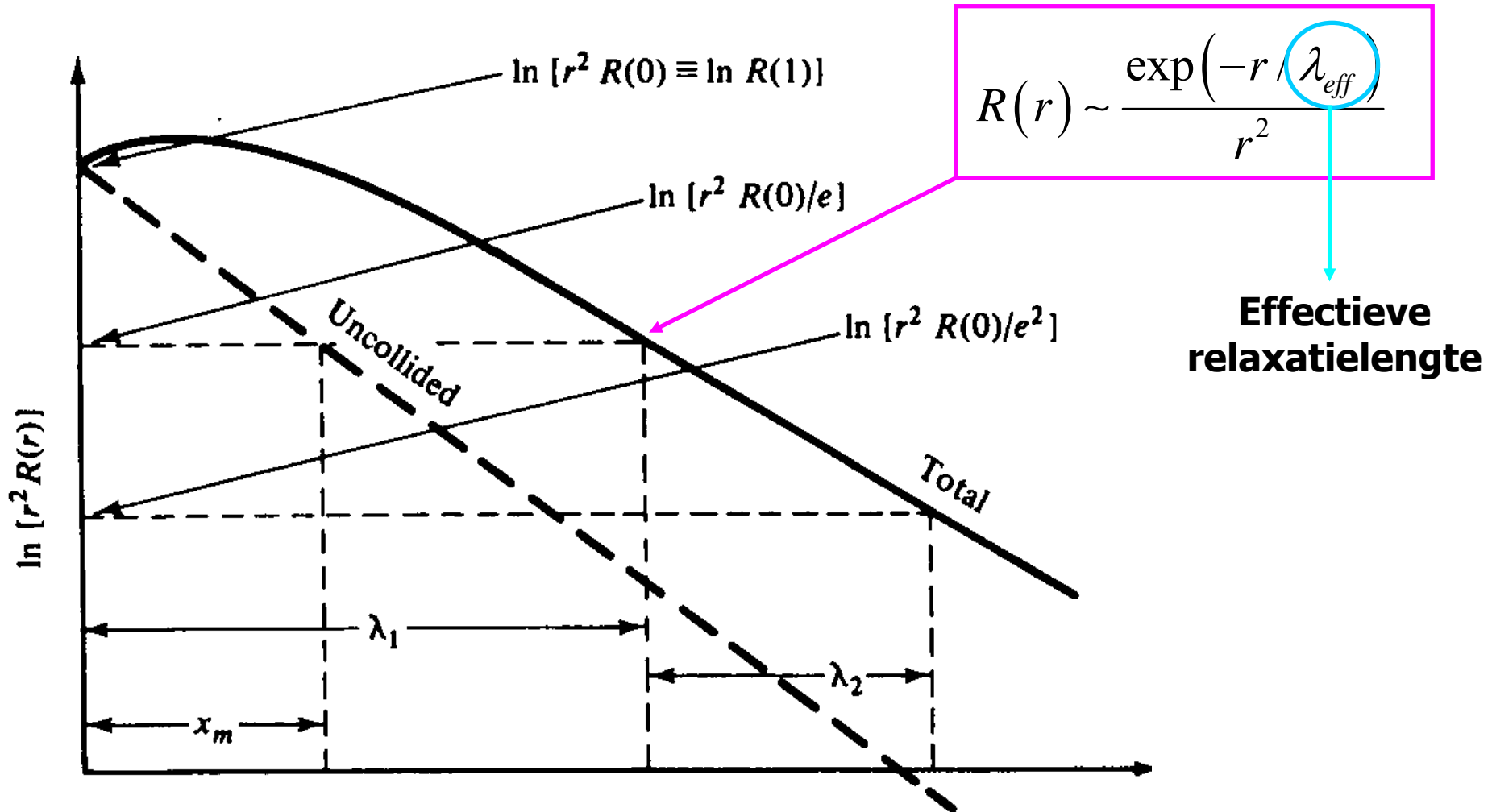
**Totale** flux rond mono-energetische bron met meerdere afschermingslagen:

$$\Phi(r) = B \left( \int_0^r \mu(r') dr' \right) \frac{Q}{4\pi r^2} \exp \left( - \int_0^r \mu(r') dr' \right)$$

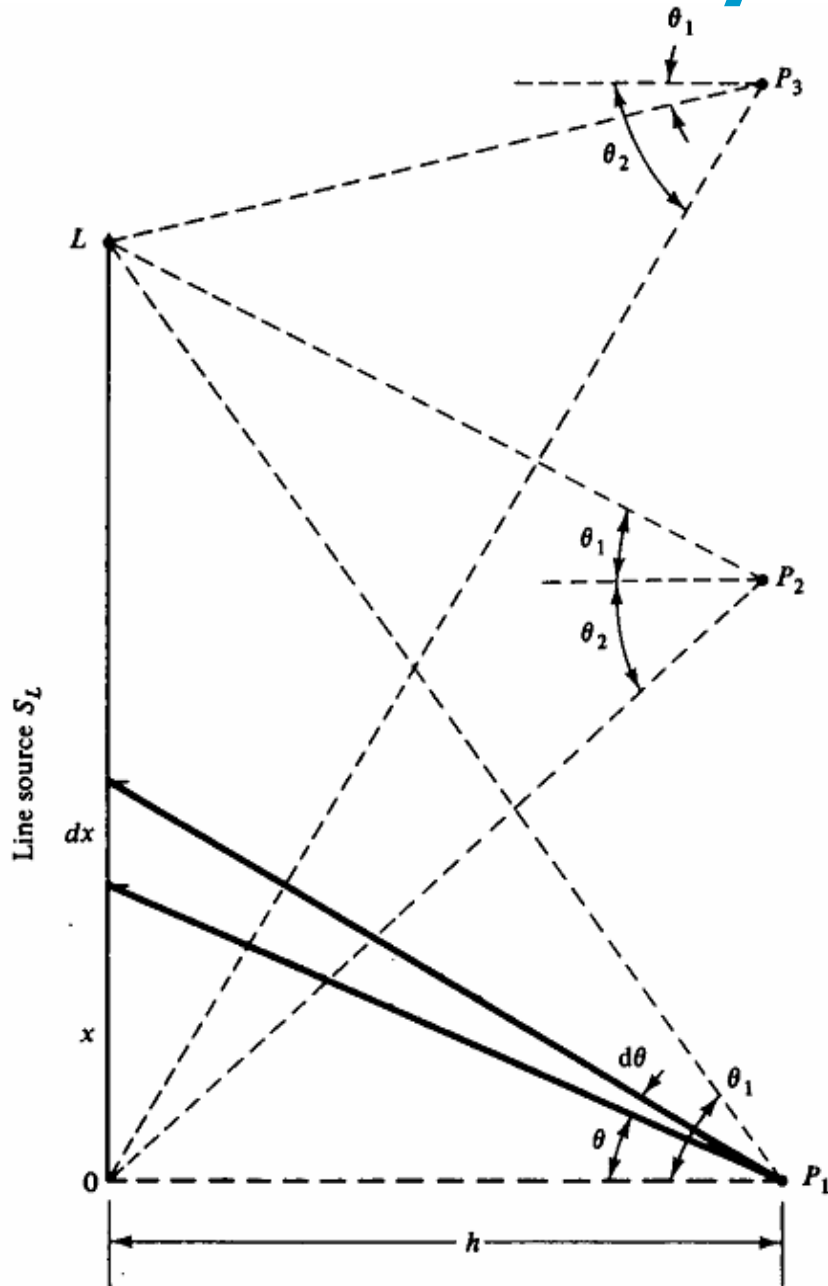
Totale detectorresponsie rond mono-energetische bron met meerdere afschermingslagen:

$$R(r) = B' \left( \int_0^r \mu(r') dr' \right) \frac{UQ}{4\pi r^2} \exp \left( - \int_0^r \mu(r') dr' \right)$$

# Transport van neutrale deeltjes



# Stralenganalyse lijnbron in *vacuum*



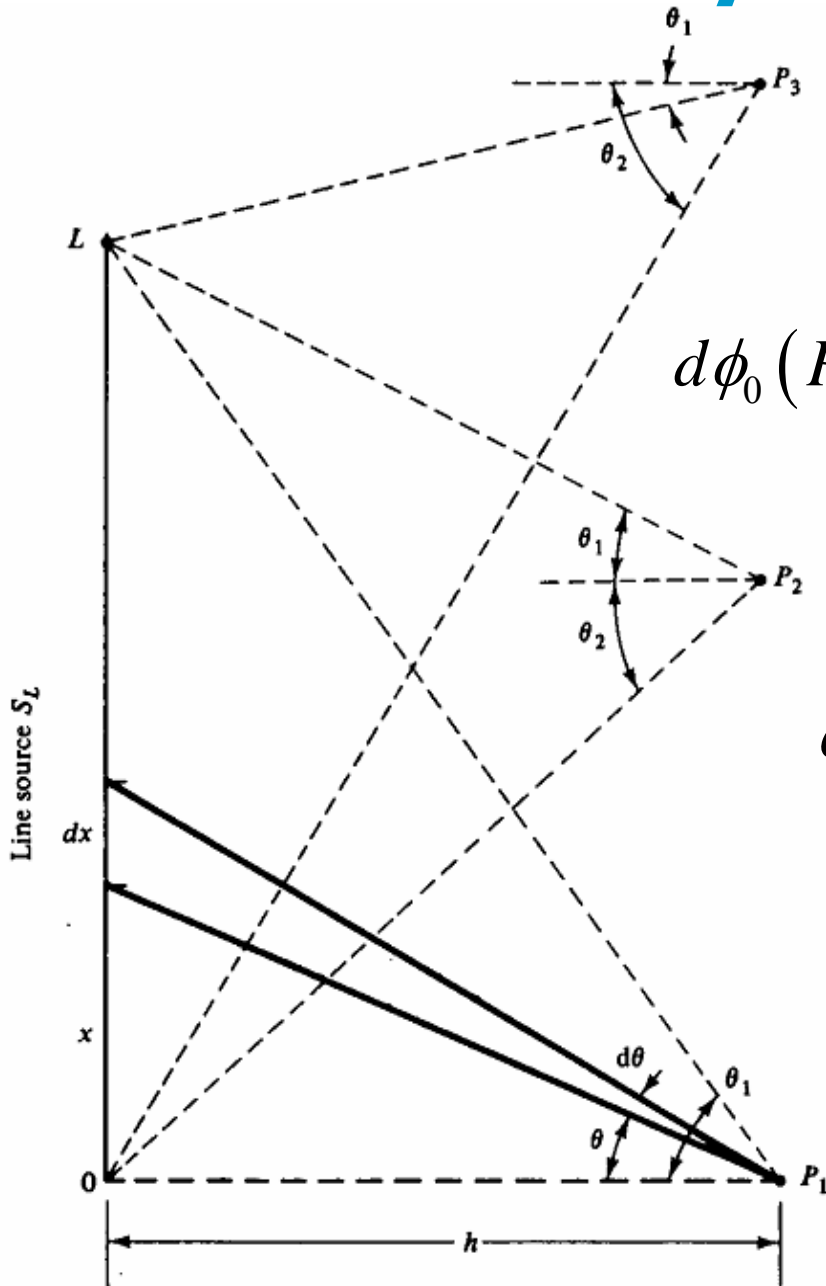
$$d\phi_0(P_1) = \frac{S_L}{4\pi(h^2 + x^2)} dx$$

$$\phi_0(P_1) = \int_0^{\theta_1} \frac{S_L}{4\pi h} d\theta = \frac{S_L \theta_1}{4\pi h}$$

$$\phi_0(P_2) = \frac{S_L(\theta_1 + \theta_2)}{4\pi h}$$

$$\phi_0(P_3) = \frac{S_L(\theta_2 - \theta_1)}{4\pi h}$$

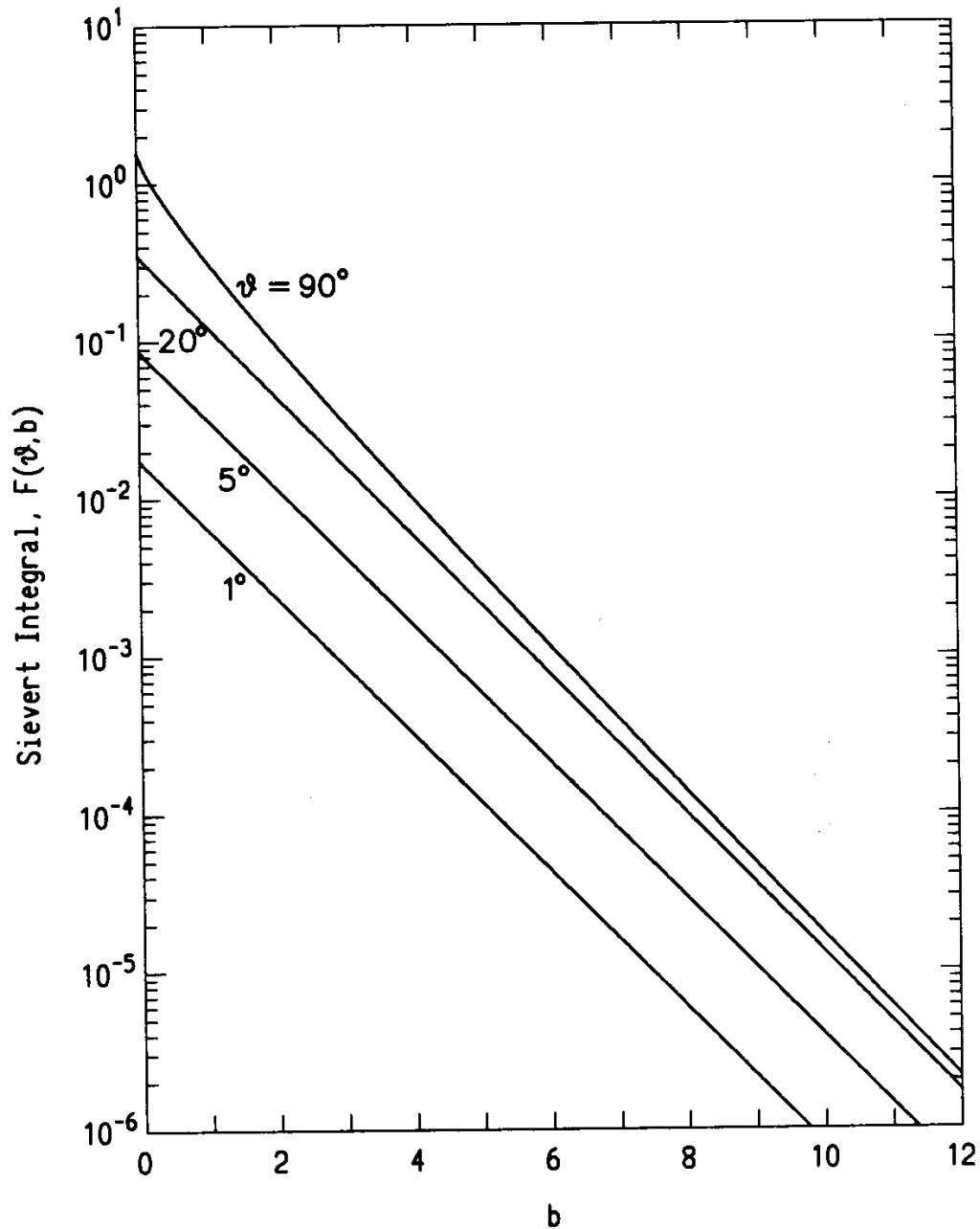
# Stralenganalyse lijnbron in *medium*



$$d\phi_0(P_1) = \frac{S_L}{4\pi(h^2 + x^2)} \exp(-\mu\sqrt{h^2 + x^2}) dx$$

$$\begin{aligned} \phi_0(P_1) &= \int_0^{\theta_1} \frac{S_L}{4\pi h} \exp\left(-\frac{\mu h}{\cos \theta}\right) d\theta \\ &= \frac{S_L}{4\pi h} F(\theta_1, \mu h) \end{aligned}$$

# Sievert or secans-integraal $F(\theta, b)$

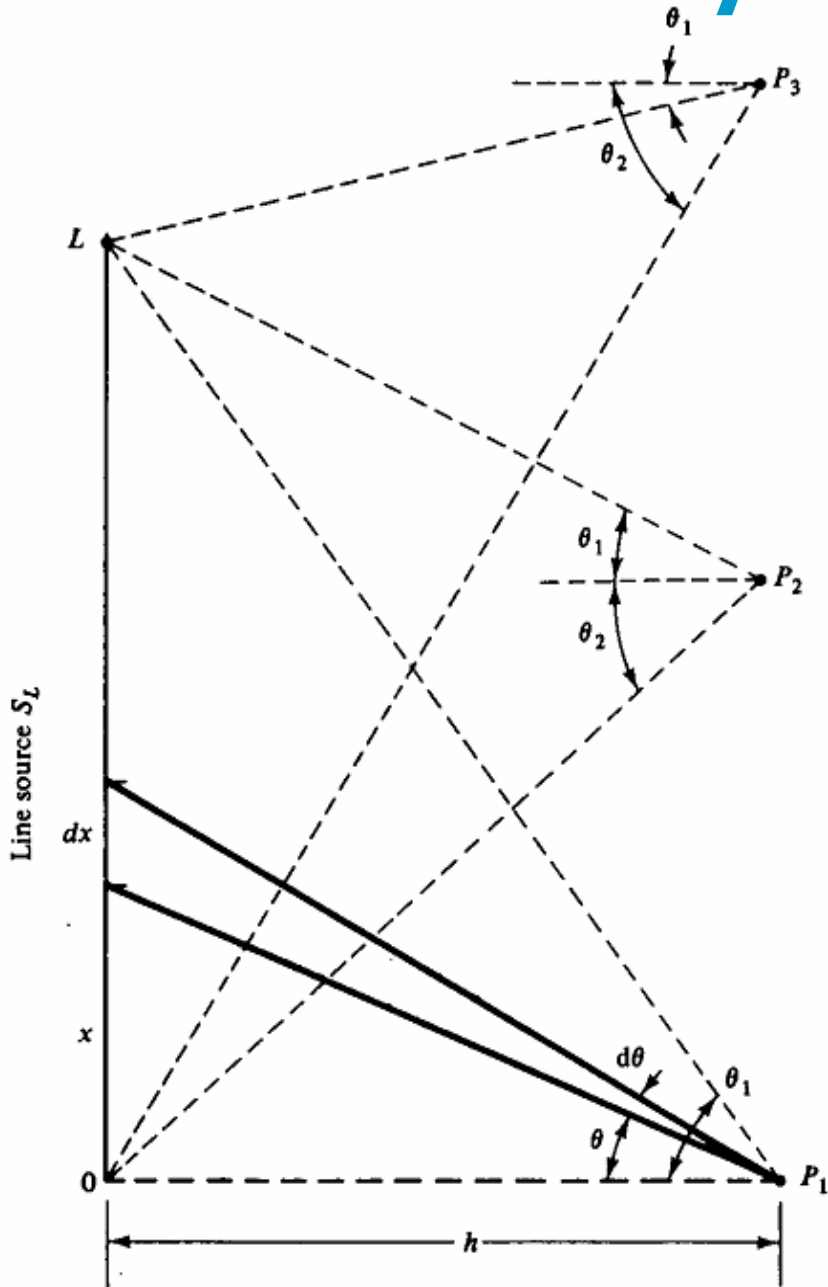


$$F(\theta_1, b) > F(\theta_2, b)$$

voor  $\theta_1 > \theta_2$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} F(\theta, b) = 0$$

# Stralenganalyse lijnbron in *medium*



$$\phi_0(P_3) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_2, \mu h) - F(\theta_1, \mu h)]$$

$$\phi_0(P_2) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_1, \mu h) + F(\theta_2, \mu h)]$$

$$\phi_0(P_1) = \frac{S_L}{4\pi h} F(\theta_1, \mu h)$$

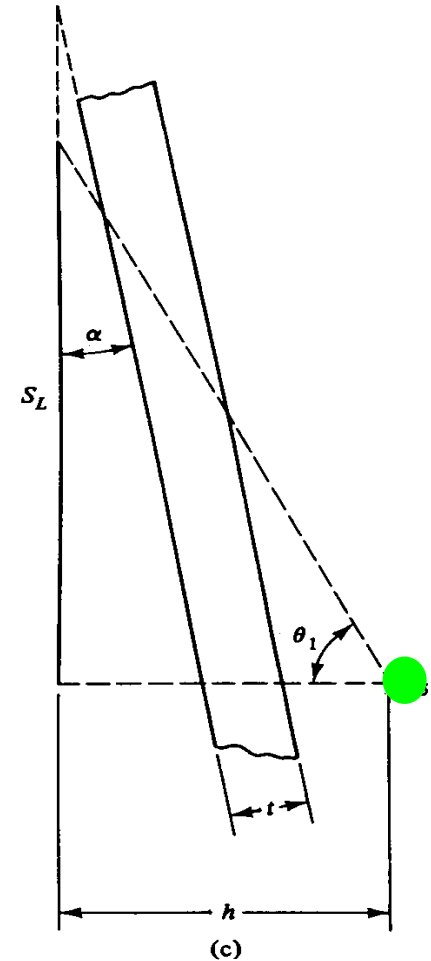
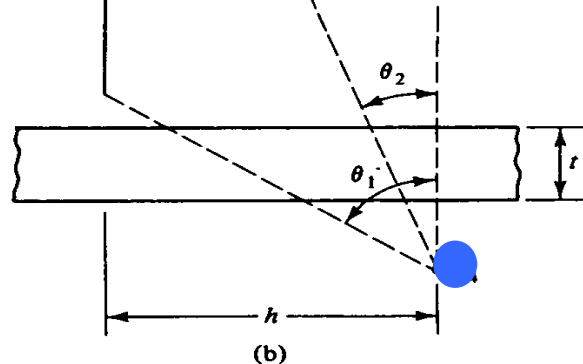
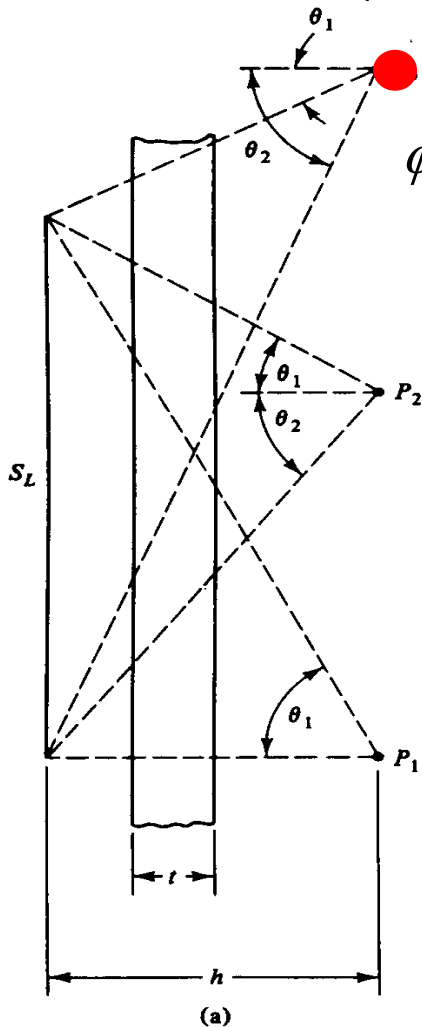
# Lijnbron met afscherming (plaatschild)

$$\phi_0(P_3) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_2, \mu t) - F(\theta_1, \mu t)]$$

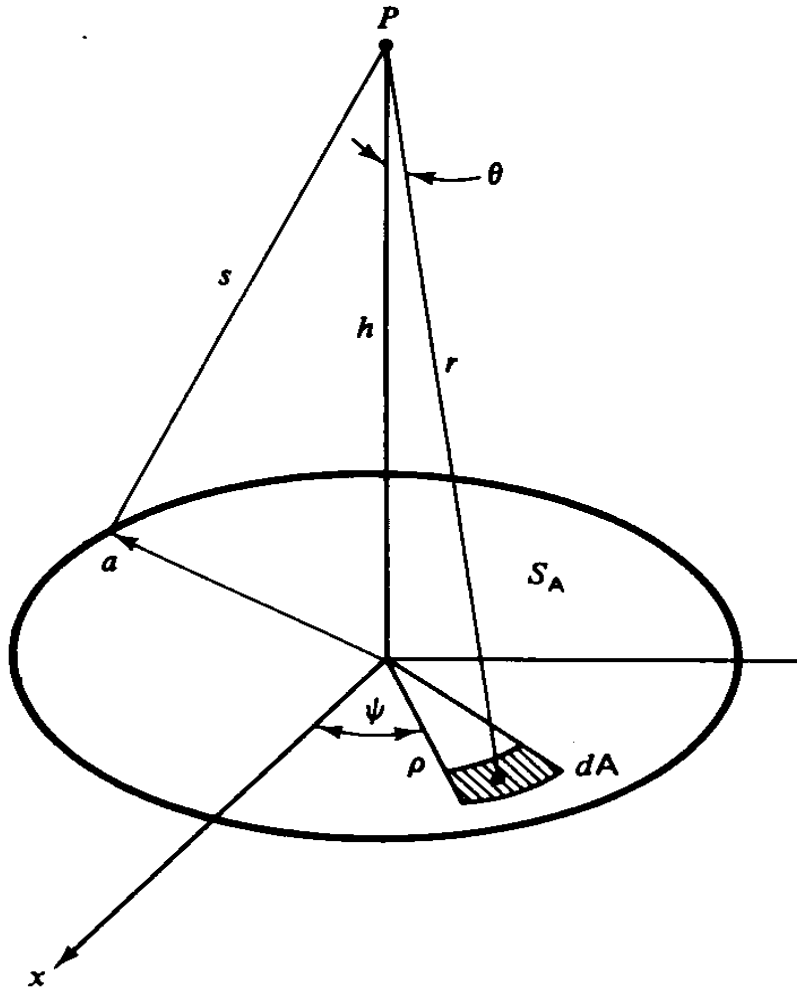
$$\phi_0(P_5) =$$

$$\frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_1 + \alpha, \mu t) - F(\alpha, \mu t)]$$

$$\phi_0(P_4) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_2, \mu t) - F(\theta_1, \mu t)]$$



# Stralenanalyse van *isotrope* schijfbron in *vacuum*



$$\begin{aligned}\phi_0(P) &= \frac{S_A}{4\pi} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\psi}{r^2} \\ &= \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{dr}{r} \\ &= \frac{S_A}{4} \ln \left( 1 + \frac{a^2}{h^2} \right)\end{aligned}$$

Voor  $a \ll h$ :

$$\phi_0(P) = \frac{S_A}{4} \frac{a^2}{h^2} = \frac{S}{4\pi h^2}$$

# Hoekafhankelijke schijfbron

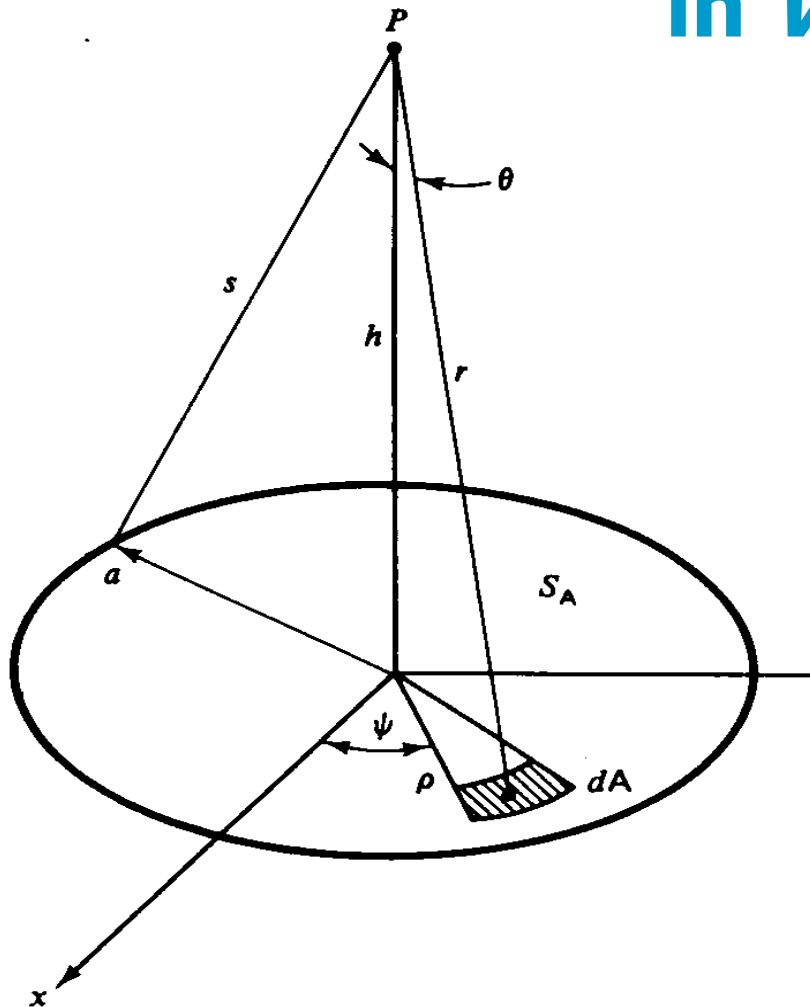
$$\text{Algemeen: } S_A(\Omega) = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ (\cos \theta)^m$$

$$\text{met: } \int_{2\pi} S_A(\Omega) d\Omega = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^1 \cos \theta d(\cos \theta) = S_A^+$$

cosinusbron ( $m = 1$ ):

$$S_A(\Omega) = \frac{1}{\pi} S_A^+ \cos \theta$$

# Stralenanalyse van *cosinus* schijfbron in *vacuum*



$$\text{Cosinusbron: } S_A(\Omega) = \frac{1}{\pi} S_A^+ \cos \theta$$

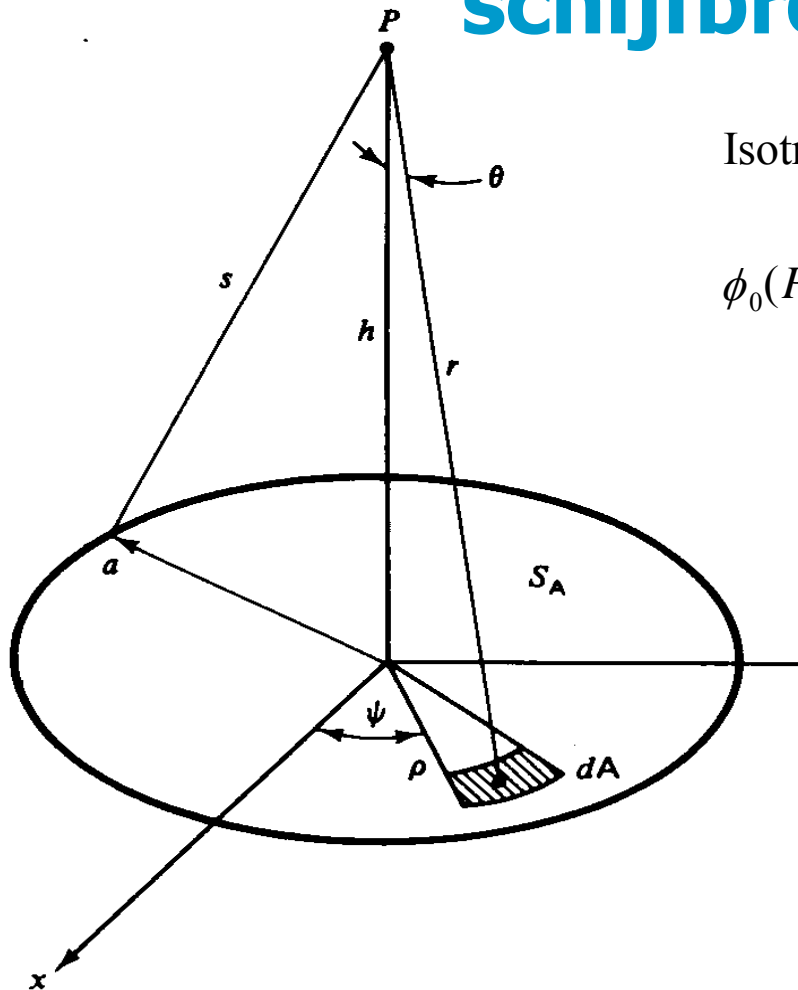
$$\phi_0(P) = \frac{S_A^+}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \cos \theta \frac{\rho d\rho}{r^2} d\psi$$

$$= \frac{S_A^+}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s h \frac{dr}{r^2}$$

$$= 2S_A^+ \left( 1 - \frac{h}{s} \right)$$

(gelijk aan Eq 4.4.6 voor  $m=1$ )

# Stralenganalyse van *isotrope* schijfbron in *medium*



$$\text{Isotrope bron: } S_A(\Omega) = \frac{S_A}{4\pi}$$

$$\phi_0(P) = \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp(-\mu r) \frac{\rho d\rho}{r^2} d\psi$$

$$= \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{\exp(-\mu r)}{r} dr$$

$$= \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_{\mu h}^{\mu s} \frac{\exp(-\mu r)}{\mu r} d(\mu r)$$

$$= \frac{S_A}{2} \left[ \int_{\mu h}^{\infty} \frac{\exp(-\mu r)}{\mu r} d(\mu r) - \int_{\mu s}^{\infty} \frac{\exp(-\mu r)}{\mu r} d(\mu r) \right]$$

$$= \frac{S_A}{2} [E_1(\mu h) - E_1(\mu s)]$$

# Exponentiele integraal-functies

Algemeen geldt:

$$E_n(b) = b^{n-1} \int_b^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t^n} dt = \int_1^{\infty} \frac{\exp(-b\tau)}{\tau^n} d\tau$$

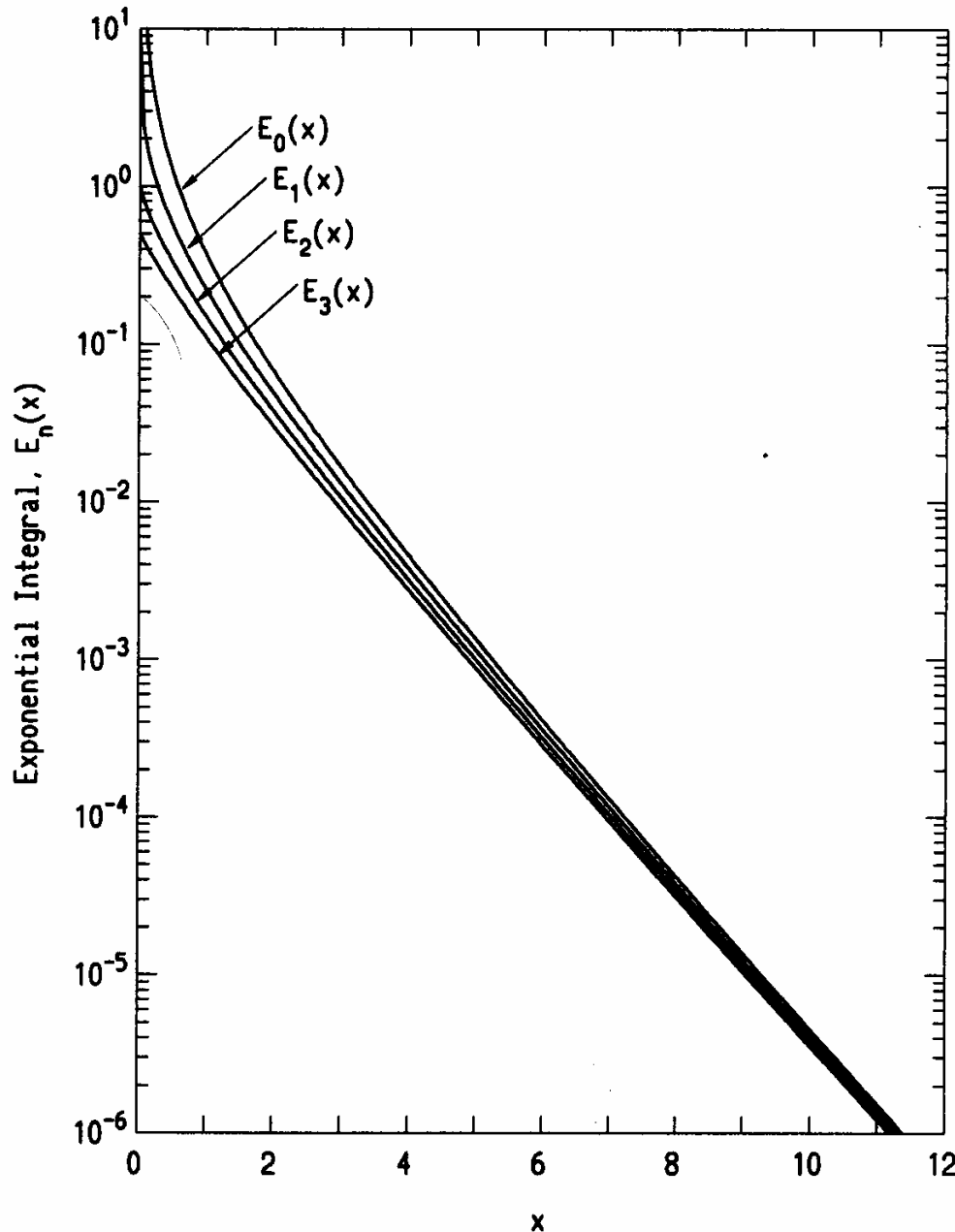
dus:

$$E_1(b) = \int_b^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t} dt \quad \text{en} \quad E_2(b) = b \int_b^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t^2} dt$$

Verder geldt:

$$\frac{dE_n(b)}{db} = -E_{n-1}(b)$$

# Exponentiele integraal-functies



$$E_0 > E_1 > E_2 \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} E(x) = 0$$

# Stralenanalyse van *cosinus* schijfbron in *medium*

$$\text{Cosinusbron: } S_A(\Omega) = \frac{1}{\pi} S_A^+ \cos \theta$$

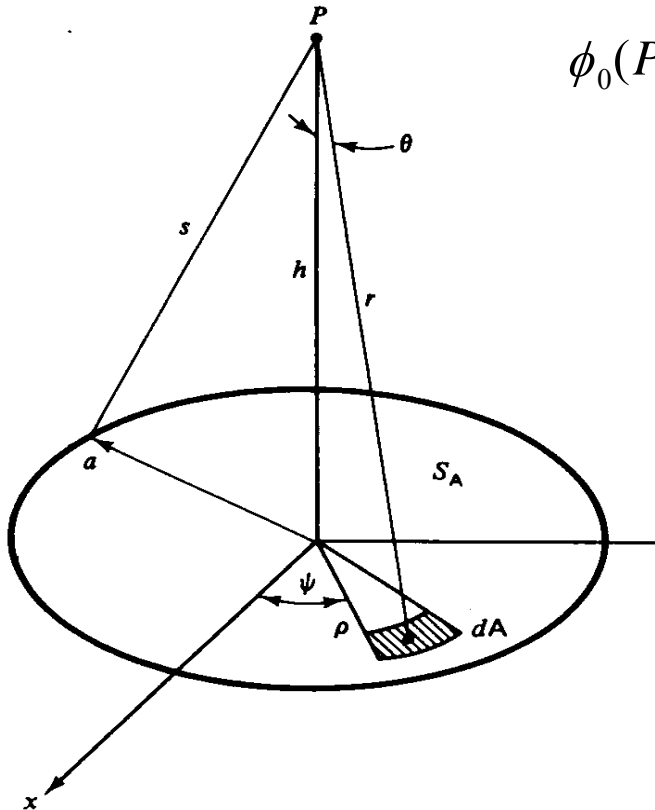
$$\phi_0(P) = \frac{S_A^+}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \cos \theta \exp(-\mu r) \frac{\rho d\rho}{r^2} d\psi$$

$$= \frac{S_A^+}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{h \exp(-\mu r)}{r^2} dr$$

$$= 2S_A^+ \int_{\mu h}^{\mu s} \frac{\mu h \exp(-\mu r)}{(\mu r)^2} d(\mu r)$$

$$= 2S_A^+ \left[ \int_{\mu h}^{\infty} \frac{\mu h \exp(-\mu r)}{(\mu r)^2} d(\mu r) - \frac{\mu h}{\mu s} \int_{\mu s}^{\infty} \frac{\mu s \exp(-\mu r)}{(\mu r)^2} d(\mu r) \right]$$

$$= 2S_A^+ \left[ E_2(\mu h) - \frac{h}{s} E_2(\mu s) \right]$$



# Stralenanalyse met isotrope volumebron

$P$   
●



Isotrope  $\infty$  schijfbron in medium:

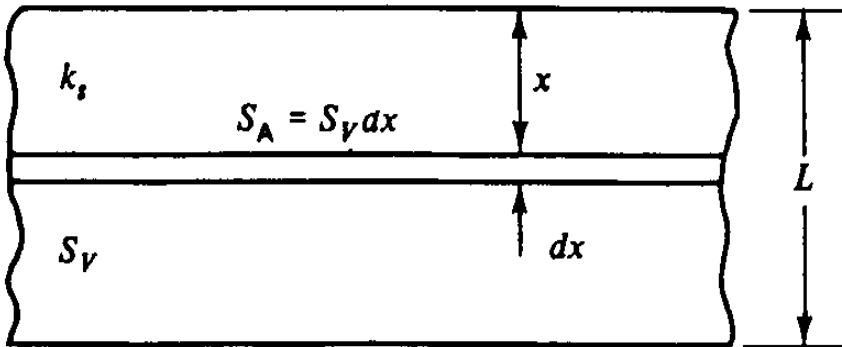
$$\phi_0(P) = \frac{S_A}{2} E_1(\mu h)$$

dus de bijdrage van bron  $S_A = S_V dx$  wordt:

$$d\phi_0(P) = \frac{S_V}{2} E_1(\mu t + \mu_s x) dx$$

Dus de totale onverstrooide flux wordt:

$$\begin{aligned} \phi_0(P) &= \frac{S_V}{2} \int_0^L E_1(\mu t + \mu_s x) dx \\ &= \frac{S_V}{2\mu_s} \left[ E_2(\mu t) - E_2(\mu t + \mu_s L) \right] \end{aligned}$$



# Stralenanalyse met isotrope volumebron

Totale onverstrooide flux voor  $L \uparrow \infty$  :

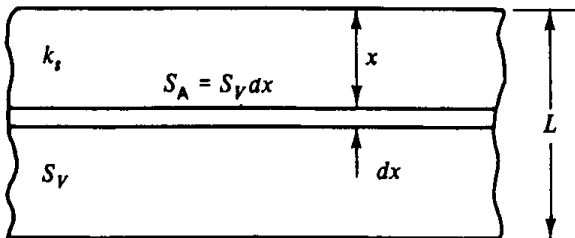
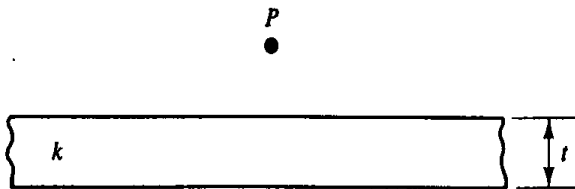
$$\phi_0(P) = \frac{S_V}{2\mu_s} E_2(\mu t) \quad (\text{isotrope volumebron})$$

Tevens geldt:

$$\phi_0(P) = 2S_A^+ E_2(\mu t) \quad (\text{cosinus schijfbron})$$

Dus:

Half-oneindige volumebron geeft zelfde onverstrooide flux als cosinus-schijfbron met bronsterkte  $S_A^+ = \frac{S_V}{4\mu_s}$



# Samenvatting niet-punt bronnen

Hoekafh	Bronggeom	Afscherming	Onverstr flux
Isotroop	Schijf	Vacuum	$\frac{S_A}{4} \frac{a^2}{h^2} = \frac{S}{4\pi h^2}$
Cosinus	Schijf	Vacuum	$2S_A^+ \left(1 - \frac{h}{s}\right)$
Isotroop	Schijf	Medium	$\frac{S_A}{2} E_1(\mu h)$
Cosinus	Schijf	Medium	$2S_A^+ E_2(\mu h)$
Isotroop	Volume	Medium	$\frac{S_V}{2\mu_s} E_2(\mu h)$

# Samenvatting niet-punt bronnen

Hoekafh	Bronggeom	Afscherming	Onverstr flux
Isotroop	Schijf	Vacuum	$\frac{S_A}{4} \frac{a^2}{h^2} = \frac{S}{4\pi h^2}$
Cosinus	Schijf	Vacuum	$2S_A^+ \left(1 - \frac{h}{s}\right)$
Isotroop	Schijf	Medium	$\frac{S_A}{2} E_1(\mu h)$
Cosinus	Schijf	Medium	$2S_A^+ E_2(\mu h)$
Isotroop	Volume	Medium	$\frac{S_V}{2\mu_s} E_2(\mu h)$

# Samenvatting niet-punt bronnen

Hoekafh	Brongeom	Afscherming	Onverstr flux
Isotroop	Schijf	Vacuum	$\frac{S_A}{4} \frac{a^2}{h^2} = \frac{S}{4\pi h^2}$
Cosinus	Schijf	Vacuum	$2S_A^+ \left(1 - \frac{h}{s}\right)$
Isotroop	Schijf	Medium	$\frac{S_A}{2} E_1(\mu h)$
Cosinus	Schijf	Medium	$2S_A^+ E_2(\mu h)$
Isotroop	Volume	Medium	$\frac{S_V}{2\mu_s} E_2(\mu h)$

# Transport van neutrale deeltjes

**Onverstrooide** en **verstrooide** flux rond mono-energetische bron met meerdere afschermingslagen:

$$\Phi(r) = B \left( \int_0^r \mu(r') dr' \right) \frac{Q}{4\pi r^2} \exp \left( - \int_0^r \mu(r') dr' \right)$$

↑

- 1) Opbouwfactoren bepalen
- 2) Trends in opbouwfactoren
- 3) Opbouwfactoren bepalen  
voor heterogene schilden

# Bepalen van opbouwfactoren

1) Interpoleren in tabellen voor  $E$  en  $\mu d$

2) Formule(s) van Taylor:

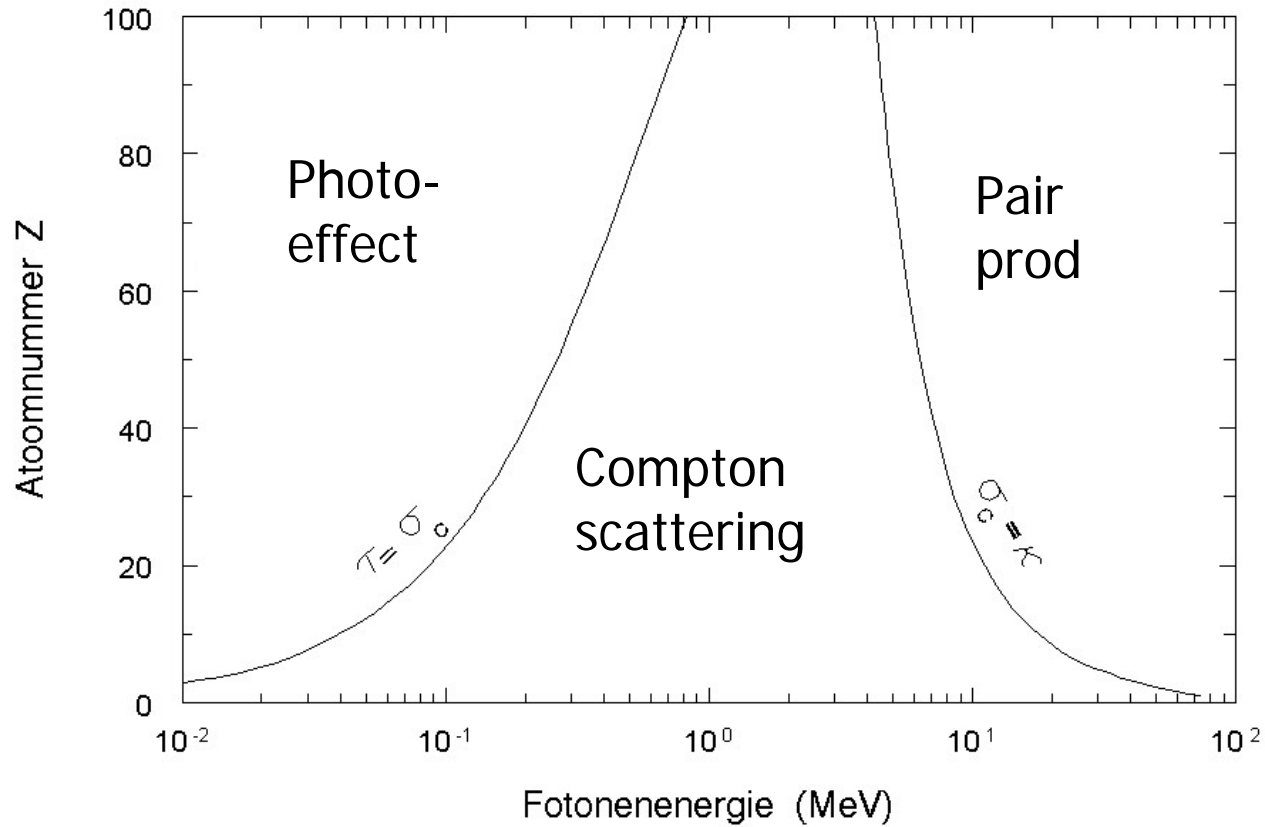
$$B(r) = A \exp(-\alpha_1 \mu r) + (1 - A) \exp(-\alpha_2 \mu r)$$

$$B(r) = \sum_{n=1}^3 A_n \exp(-\alpha_n \mu r)$$

3) Formule van Berger:

$$B(r) = 1 + a \mu r \exp(b \mu r)$$

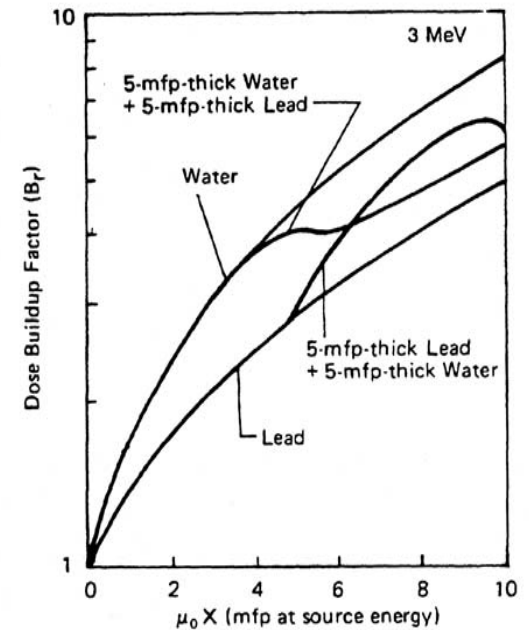
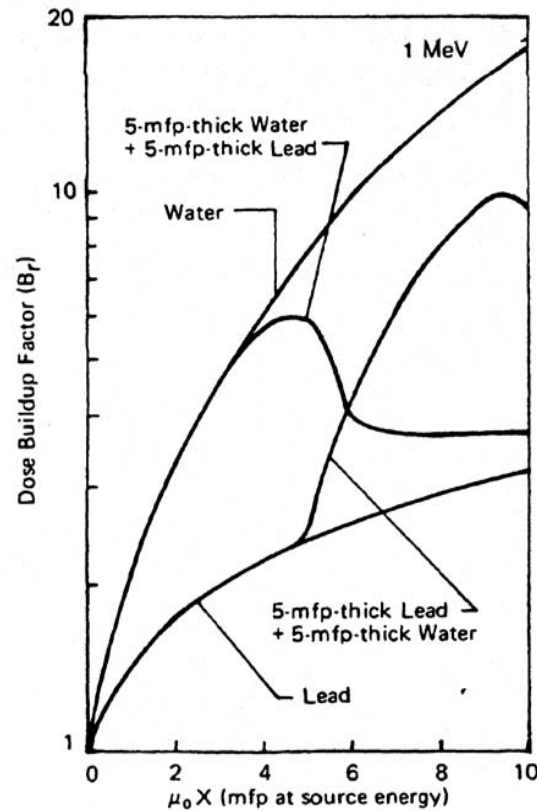
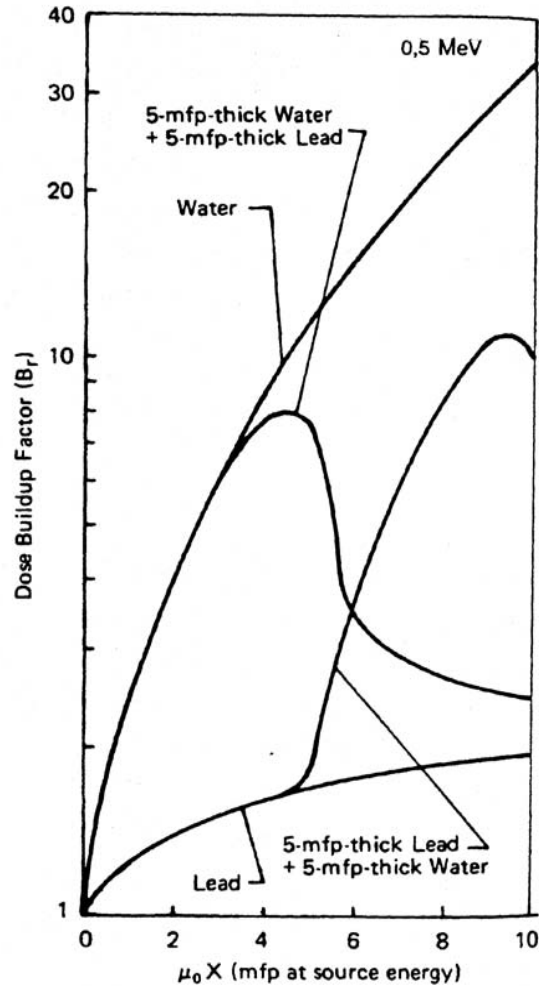
# Gamma interactie-coefficient



# Exposie opbouwfactoren

materiaal	Fotonenenergie E (MeV)	$\mu$ d						
		1	2	4	7	10	15	20
water	0,255	3,09	7,14	23,0	72,9	166	456	982
	0,5	2,52	5,14	14,3	38,8	77,6	178	334
	1,0	2,13	3,71	7,68	16,2	27,1	50,4	82,2
	2,0	1,83	2,77	4,88	8,46	12,4	19,5	27,7
	3,0	1,69	2,42	3,91	6,23	8,63	12,8	17,0
aluminium	0,5	2,37	4,24	9,47	21,5	38,9	80,8	141
	1,0	2,02	3,31	6,57	13,1	21,2	37,9	58,5
	2,0	1,75	2,61	4,62	8,05	11,9	18,7	26,3
	3,0	1,64	2,32	3,78	6,14	8,65	13,0	17,7
ijzer	0,5	1,98	3,09	5,98	11,7	19,2	35,4	55,6
	1,0	1,87	2,89	5,39	10,2	16,2	28,3	42,7
	2,0	1,76	2,43	4,13	7,25	10,9	17,6	25,1
	3,0	1,55	2,15	3,51	5,85	8,51	13,5	19,1
lood	0,5	1,24	1,42	1,69	2,00	2,27	2,65	2,73
	1,0	1,37	1,69	2,26	3,02	3,74	4,81	5,86
	2,0	1,39	1,76	2,51	3,66	4,84	6,87	9,00
	3,0	1,34	1,68	2,43	3,75	5,30	8,44	12,3

# Opbouwfactoren gelaagde afscherming



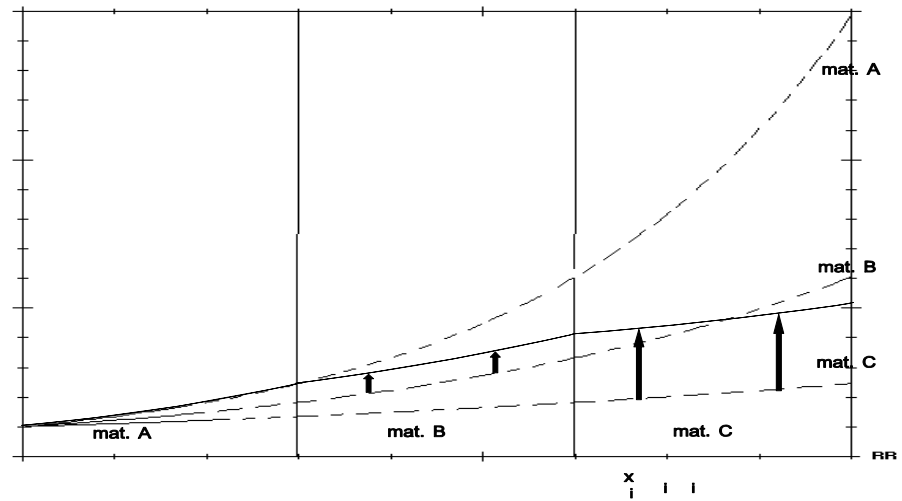
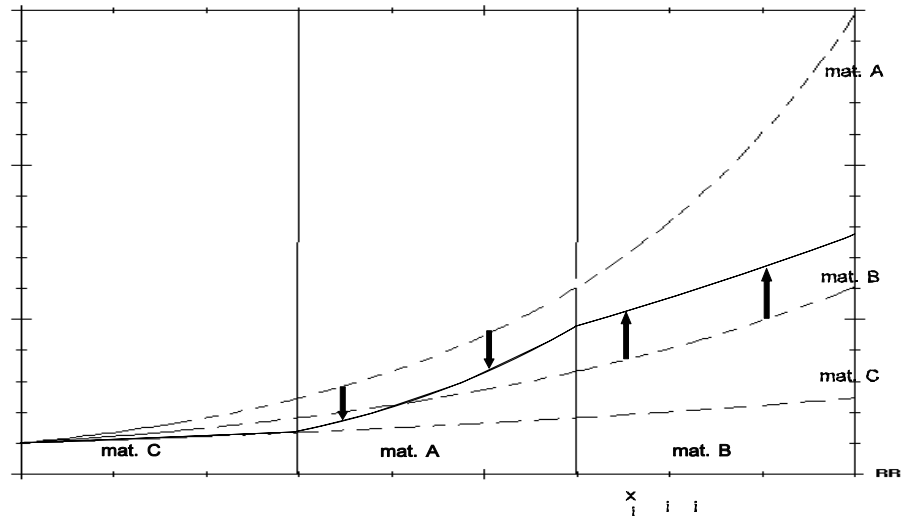
# Opbouwfactoren voor gelaagde afscherming

- 1)  $Z_1 < Z_2$      $B(\mu_1 x_1, \mu_2 x_2) = B_2(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2)$
- 2)  $Z_1 > Z_2$      $B(\mu_1 x_1, \mu_2 x_2) = B_1(\mu_1 x_1) B_2(\mu_2 x_2)$

Reden:

- 1) de tweede laag verzwakt effectief de zachte gamma's uit de eerste laag
- 2) spectrum bepaald door beide lagen

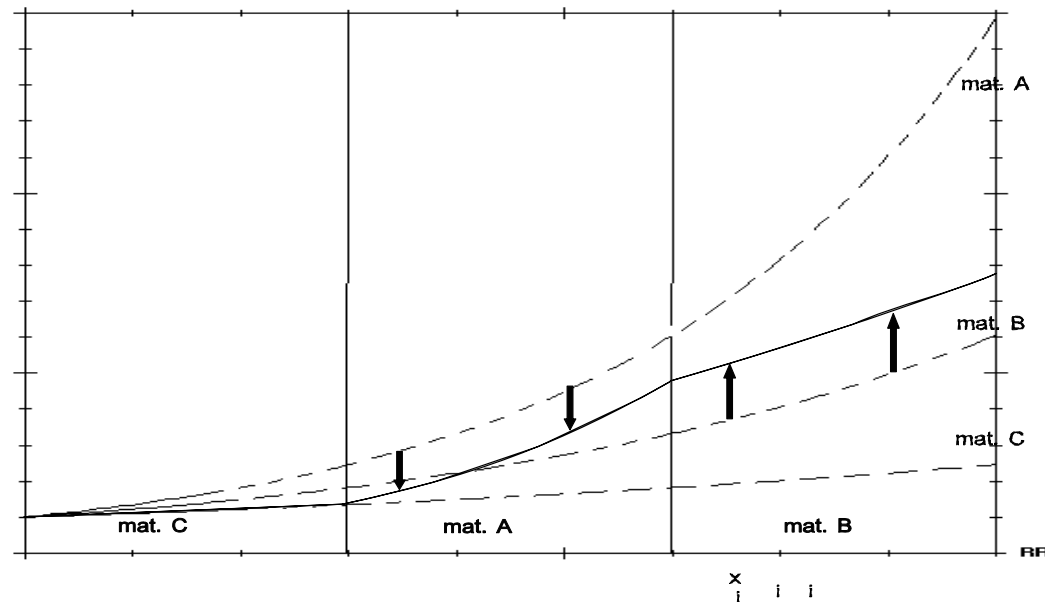
# Methode van Broder



# Methode van Broder

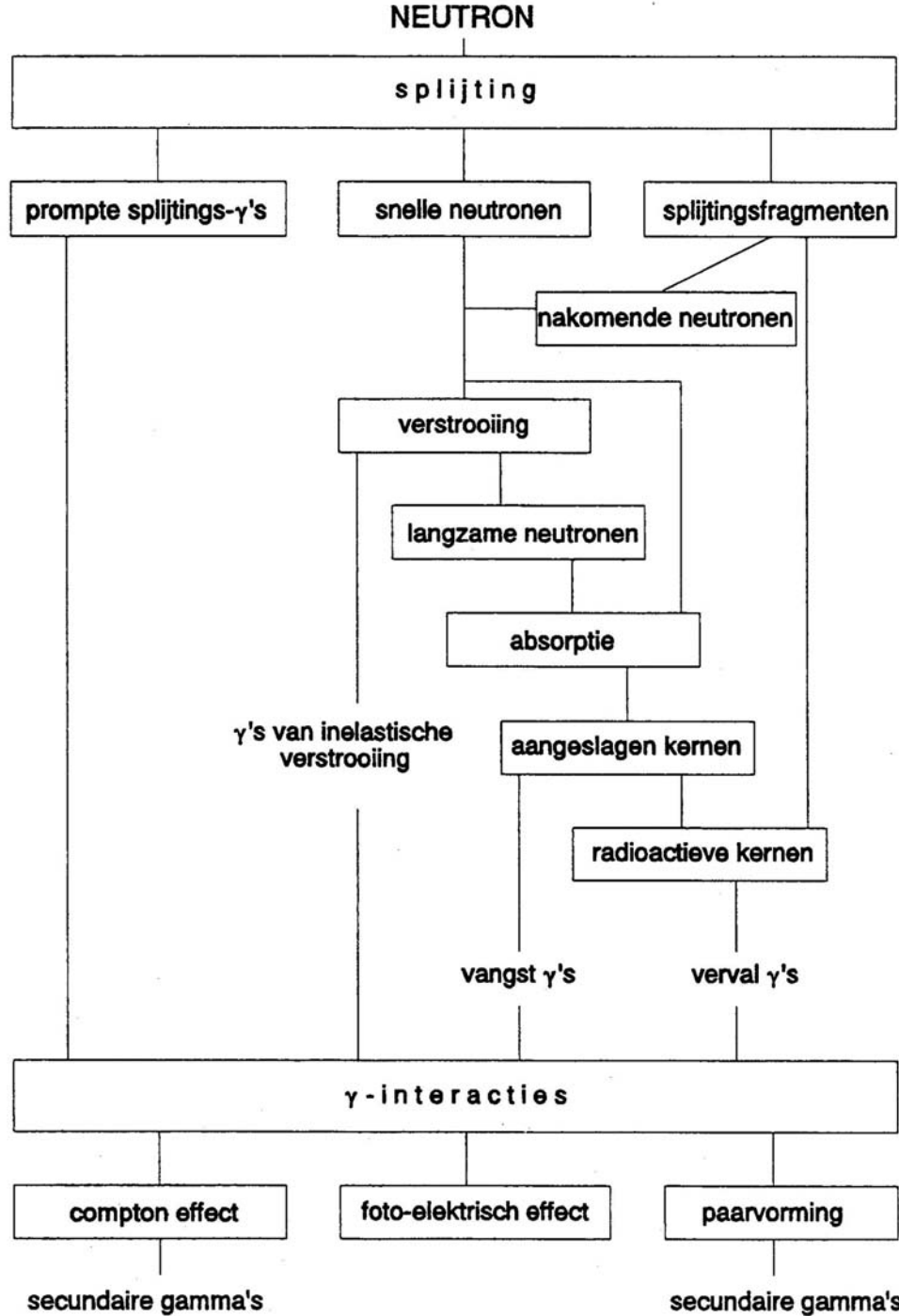
Laag-voor laag sommeren van de individuele verschillen in de opbouwfactor:

$$B\left(\sum_{i=1}^N \mu_i x_i\right) = B_1(\mu_1 x_1) + \sum_{n=2}^N \left[ B_n\left(\sum_{i=1}^n \mu_i x_i\right) - B_n\left(\sum_{i=1}^{n-1} \mu_i x_i\right) \right]$$

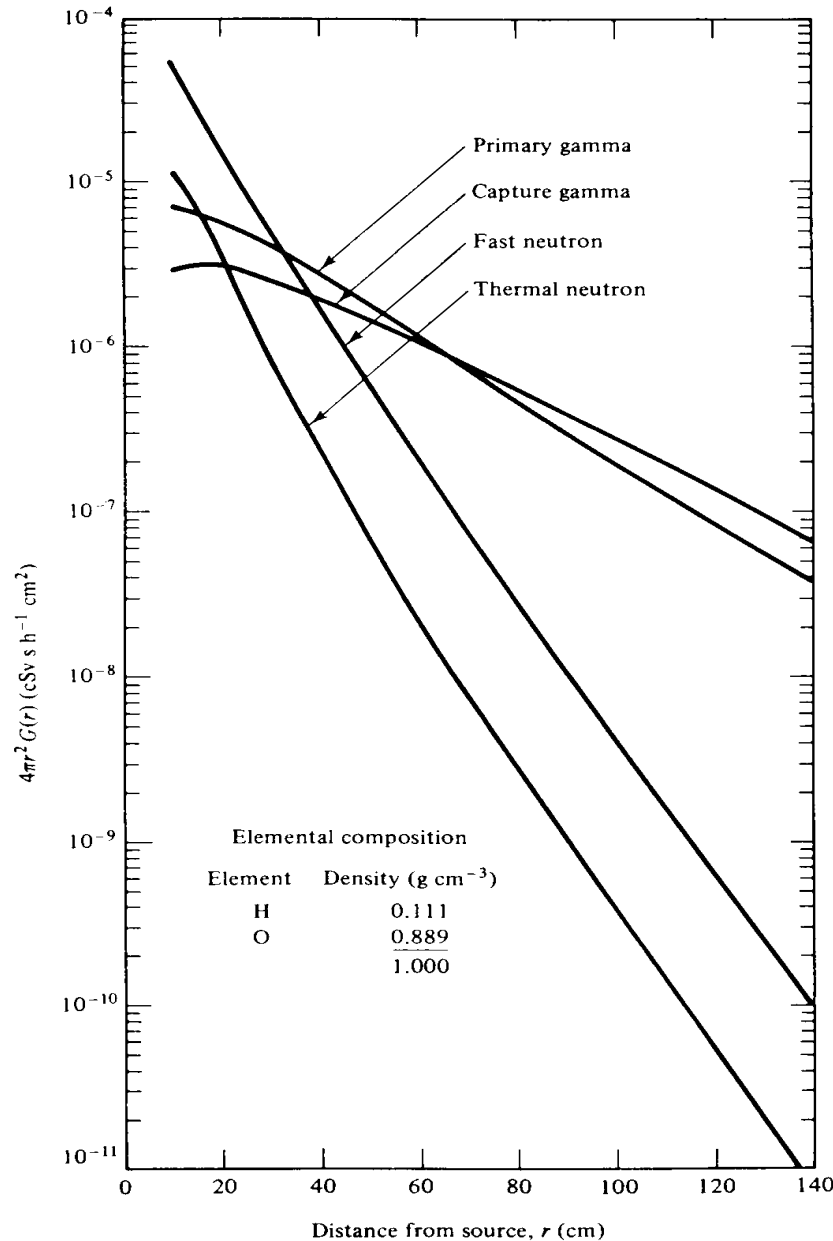


# Neutronafscherming: verschillen met gamma's

<b>Gamma's</b>	<b>Neutronen</b>
Verstrooiing sterk voorwaarts gericht (Compton verstrooiing)	Verstrooiing isotroop (elast. verstr. in MMP)
"Gladde" interactie coëfficiënten als functie van energie	Sterk energieafhankelijke werkzame doorsneden (resonanties!)
Geleidelijk verloop als functie van atoomnummer	Grote verschillen tussen nucliden en zelfs tussen isotopen!
Smal energiegebied (1-2 decaden)	Breed E-gebied (7-8 decaden)
Geen productie secundaire straling	Altijd productie gammastraling
<b>Opbouwfactoren mogelijk</b>	<b>Opbouwfactoren niet mogelijk</b>



# Neutronafscherming: Cf-252 in water



# Snelle neutronen in water

Onverstrooide splijtingsneutronen in water

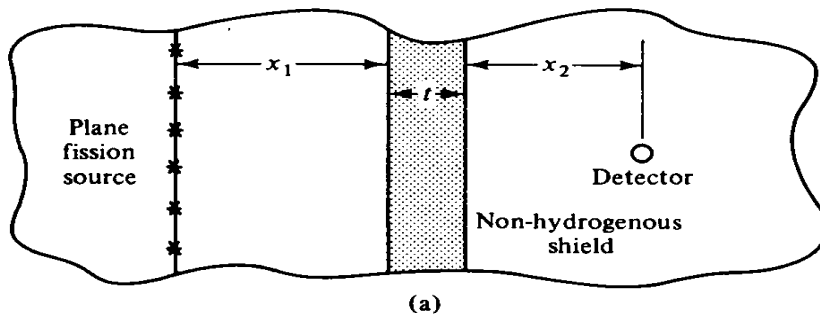
$$\phi^0(r, E) = \frac{S_p \chi(E)}{4\pi r^2} \exp[-N_H \sigma_H(E) r]$$

Voorbeelden splijtingspectrum:

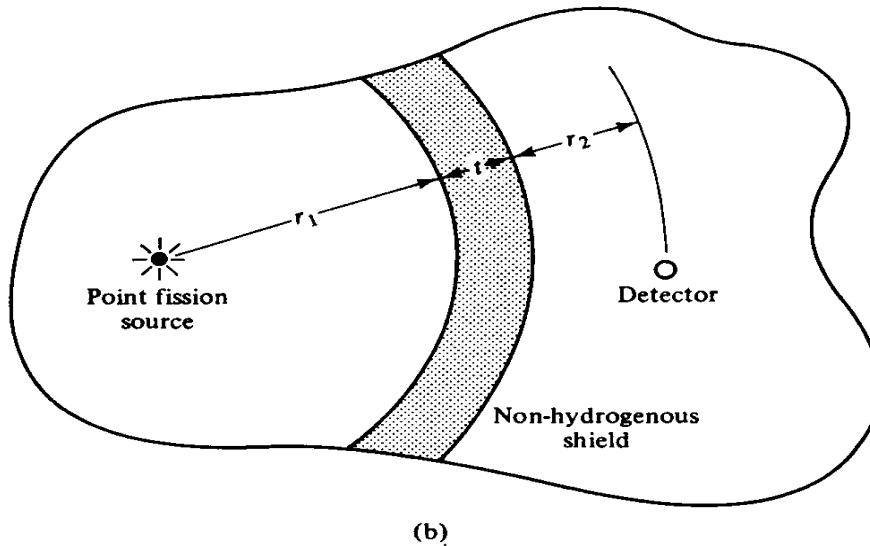
$$1) \quad \chi(E) = \frac{2}{(\pi T^3)^{1/2}} E^{1/2} \exp\left(\frac{-E}{T}\right) \quad \text{met } T \approx 1.3 \text{ MeV}$$

(Maxwell spectrum)

$$2) \quad \chi(E) = 0.4527 \exp\left(\frac{-E}{0.965}\right) \sinh(\sqrt{2.29E})$$
$$\approx 1.75 \exp(-0.766E) \quad \text{(Cranberg spectrum)}$$



$$D' = D \exp(-\mu_v t)$$



$$D' = D \left( \frac{r}{r+t} \right)^2 \exp(-\mu_v t)$$

( Voorwaarden:  $\mu_v t < 5$  en meer dan  $5 \text{ g/cm}^2 \text{ H}$   
 Waarden voor  $\mu_v$  zijn gegeven in Tabel A16 )

Element	$\sigma_v$ (barn)	Element	$\sigma_v$ (barn)
H	1,00	Fe	1,98 (1,53)
D	0,92	Co	2,33
Be	1,07	Ni	1,89 (1,59)
B	0,97 (0,82)	Cu	2,04 (1,84)
C	0,81 (0,92)	Zr	2,36 (1,90)
O	0,91 (0,70)	Cd	2,73
Mg	1,07	Ba	3,33
Al	1,31 (1,24)	W	3,36 (3,63)
Si	1,20	Pb	3,53 (3,39)
P	1,33	Bi	3,49 (3,35)
S	1,40 (1,58)	U	3,60
K	1,47		
Ca	1,40		
Ti	1,40 (1,54)		
Cr	1,30		
Mn	2,13		

Algemene tendens:  $\sigma_v$  neemt toe met toenemende  $Z$   
 (net als bij inelastische verstrooiingsdoorsnede)

# Opgave

Een puntbron van 1 MeV fotonen wordt radiaal afgeschermd door 3 mfp water, 3 mfp ijzer en 3 mfp beton (van binnen naar buiten).

- a) Wat zijn de lineaire dikten van de schilden?
- b) Schat de dosis/exposie opbouwfactor aan de buitenkant van het beton. Gebruik hiervoor de formule van Broder en vergelijk de uitkomst met de opbouwfactor van ieder materiaal voor de gehele dikte van de afscherming

# Oplossing (1/3)

	Water	IJzer	Beton
$\mu(\text{cm}^{-1})$	0.0706	0.4677	0.1492
$d(\text{cm})$	42.5	6.4	20.1

# Oplossing (2/3)

	Water (A-7)	Water (A-8)	IJzer (A-7)	IJzer (A-8)	Beton (A-8)
B(3)	5.70	6.09	4.14	4.26	4.77
B(6)	13.4	12.8	8.60	8.18	9.39
B(9)	23.5	21.8	14.2	13.0	15.2

Broder:

$$\begin{aligned} B(9) &= B_{\text{Water}}(3) + [B_{\text{IJzer}}(6) - B_{\text{IJzer}}(3)] + [B_{\text{Beton}}(9) - B_{\text{Beton}}(6)] \\ &= 6.09 + [8.18 - 4.26] + [15.2 - 9.39] = 15.8 \end{aligned}$$

# Oplossing (3/3)

	Water (A-7)	Water (A-8)	IJzer (A-7)	IJzer (A-8)	Beton (A-8)
B(3)	5.70	6.09	4.14	4.26	4.77
B(6)	13.4	12.8	8.60	8.18	9.39
B(9)	23.5	21.8	14.2	13.0	15.2

Stellen we atoomnummer van IJzer en Beton gelijk,

Dan geeft de vuistregel  $B(\mu_1 x_1, \mu_2 x_2) = B_2(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2)$

Oftewel:  $B(9) = B_{IJzer}(9) = 13.0$

$B(9) = B_{Beton}(9) = 15.2$