

Gamma en Neutronafscherming

Deskundigheidsniveau 2

J.L. Kloosterman

Technische Universiteit Delft
Interfacultair Reactor Instituut
Mekelweg 15, 2629 JB Delft
J.L.Kloosterman@iri.tudelft.nl

Dictaat in opdracht van het Interuniversitair
onderzoekinstituut voor Radiopathologie en
Stralenbescherming (IRS) te Leiden en het
Interfacultair Reactor Instituut (IRI) te Delft.

Oktober 1999

Cursus stralingsbescherming

Deskundigheidsniveau 2

Thema stralingsfysica

Hoorcollege specialistisch (donderdag 28 oktober 1999, 13:45-14:45 uur)

Werkcollege toegepast (donderdag 28 oktober 1999, 15:00-16:00 uur)

Docent: J.L. Kloosterman
IRI/TUD
Mekelweg 15
2629 JB Delft
Tel: 015-278 1191
E-mail: J.L.Kloosterman@iri.tudelft.nl

Bijgaand dictaat bestaat is een compilatie uit referentie [1] met aanvullingen van J.L. Kloosterman.

Aanbevolen literatuur:

- 1. H. van Dam, "Afscherming van stralingsbronnen", Dictaat C39, Technische Universiteit Delft, 1994.**
- 2. Arthur B. Chilton, J. Kenneth Shultis and Richard E. Faw, "Principles of Radiation shielding, Prentice Hall, Inc, Engelwood Cliffs, NJ 07632, ISBN 0-13-709907-X, 1984.**

Hoofdstuk 2

INTERACTIE VAN STRALING EN MATERIE

2.3. Wisselwerking tussen neutronen en materie

Terwijl gammafotonen vrijwel alleen interactie hebben met de elektronen (een uitzondering is de productie van fotoneutronen, zie (par. 3.1), hebben neutronen alleen interactie met de kernen van de atomen. Voor de afscherming zijn de volgende reacties van belang:

epithermische en snelle neutronen ($1 \text{ eV} < E_n < 20 \text{ MeV}$):

- elastische verstrooiing
- inelastische verstrooiing
- resonantie-absorptie

thermische neutronen ($E_n < 1 \text{ eV}$):

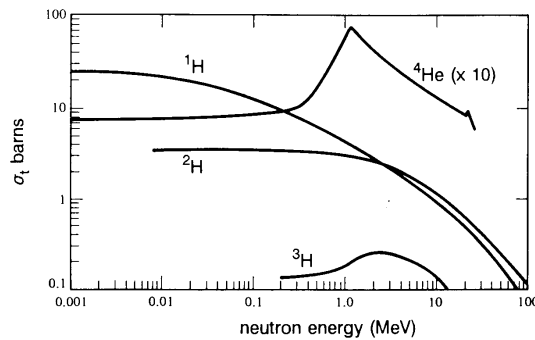
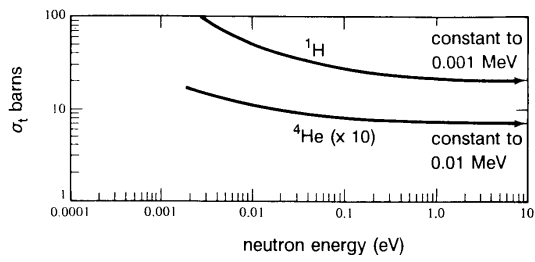
- absorptie
- productie van vangstgamma's

In deze paragraaf worden deze interacties beknopt behandeld. Een uitgebreidere behandeling vindt men in het dictaat Reactorkunde (college c27) en in de literatuur.

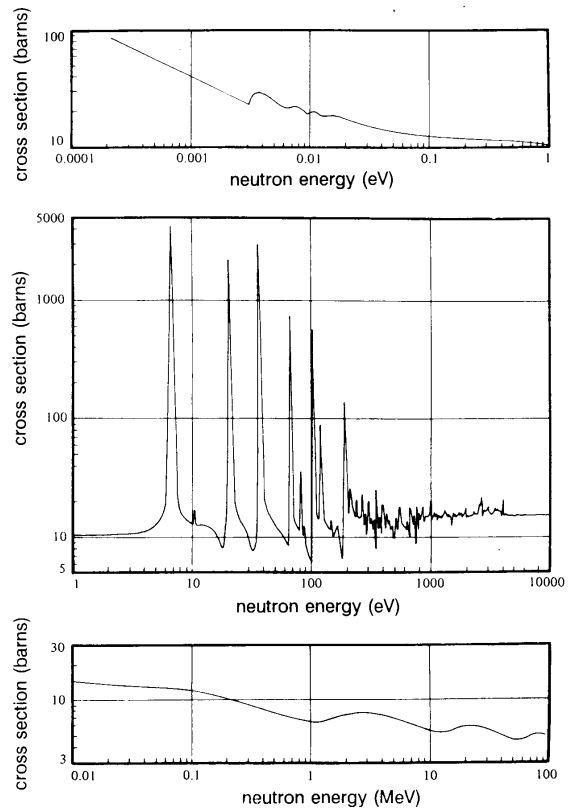
Bij lichte atoomkernen (massagetal $A < 25$) en energieën $< 1 \text{ MeV}$ verloopt de totale werkzame doorsnede bij benadering als:

$$\sigma_t(E) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{\sqrt{E}} \quad 2.3.1$$

De eerste term in het rechterlid heeft betrekking op elastische verstrooiing, de tweede op vangst. De vangstdoorsnede heeft een '1/v-verloop' (figuur 2.6).

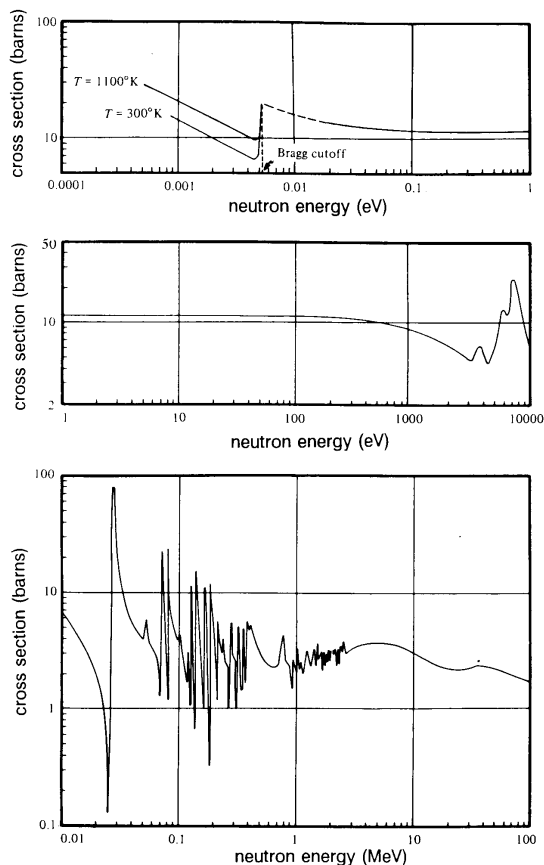


Figuur 2.6. Totale werkzame doorsnede voor neutroneninteracties van enige lichte kernen.



Figuur 2.7. Totale werkzame doorsnede van ^{238}U voor neutroneninteracties.

Resonantieverschijnselen kunnen dit gelijkmatige verloop verstoren. Bij zware kernen ($A > 150$) treden al bij lage neutronenenergieën resonanties op (figuur 2.7); dit is een gevolg van het feit, dat de beschikbare aanslagniveaus van deze kernen vrij dicht op elkaar liggen in energie, terwijl bij lichte kernen de niveau-afstanden groot zijn. Middelzware kernen vertonen wat dit betreft een intermediair gedrag (figuur 2.8).



Figuur 2.8. Totale werkzame doorsnede van Fe voor neutroneninteracties.

Voor neutronenafscherming zijn de werkzame doorsneden boven ruwweg 0,5 MeV van groot belang. Hier zijn elastische en inelastische verstrooiing overheersend en kan absorptie worden verwaarloosd. Bij verstrooiing van neutronen moet onderscheid worden gemaakt tussen *vangstverstrooiing* en *potentiaalverstrooiing*. Bij vangstverstrooiing wordt het neutron in de kern opgenomen; de aangeslagen, samengestelde kern zendt weer een neutron uit. Uit het optreden van resonantieverschijnselen blijkt duidelijk dat hier van een kernreactie sprake is. Wanneer de kern na de neutronemissie weer in de grondtoestand verkeert, is er behoud van kinetische energie en spreekt men van *elastische verstrooiing*. Blijft de kern echter in een aangeslagen toestand achter, dan is sprake van *inelastische verstrooiing*; in dit geval zal de kern via gamma-emissie

weer naar de grondtoestand terugkeren. Bij *potentiaalverstrooiing* wordt geen samengestelde kern gevormd, maar treedt het neutron in wisselwerking met de kern als geheel; de verstrooiing is altijd elastisch. De werkzame doorsnede is in dat geval ruwweg gelijk aan de geometrische doorsnede van de kern en verloopt slechts zeer geleidelijk met de energie.

2.3.1. Elastische verstrooiing

De dynamica van neutronenverstrooiing kan worden bestudeerd met behulp van de behoudswetten voor impulsie en energie. Bij de energiebeschouwing moet, in het geval van inelastische verstrooiing, ook de aanslagenergie van de kern worden betrokken; bij elastische verstrooiing blijft de totale kinetische energie behouden.

Indien men E , E' = energie van het neutron vóór resp. na de botsing definieert, en

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

waarbij A = kernmassa in eenheden van neutronmassa
(wijkt dus iets af van het massagetal!)

dan geldt bij *isotrope verstrooiing in het mmp-systeem*:

$$\sigma_s(E \rightarrow E') = \frac{\sigma_s(E)}{E(1-\alpha)} \quad 2.3.8$$

d.w.z. de kansdichtheidverdeling voor de energie na de botsing verloopt vlak tussen αE en E . In dit geval is het *gemiddelde energieverlies* per botsing:

$$\overline{E-E'} = \frac{1}{2} (1-\alpha)E \quad 2.3.9$$

Aangezien dit nog van de beginenergie afhangt, is een meer bruikbare grootheid het *gemiddeld logaritmisch energiedecrement* per botsing:

$$\xi = \overline{\ln E - \ln E'} = \ln \frac{E}{E'} = 1 + \frac{\alpha \ln \alpha}{1-\alpha} \quad 2.3.10$$

$$\xi = \frac{2}{A + \frac{2}{3}} \quad 2.3.11$$

$$n = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E_1} \quad 2.3.12$$

En goede benadering voor niet te kleine A is:

De fout is slechts 0,8% bij $A = 4$. Met behulp van ξ kan men eenvoudig uitrekenen hoeveel botsingen een neutron gemiddeld nodig heeft om vanuit een beginenergie E_0 een energie E_1 te bereiken:

Zo kan bijvoorbeeld in waterstof een neutron van 1 MeV in één botsing worden afgeremd tot 1 eV, maar gemiddeld zijn daar bijna 14 botsingen voor nodig.

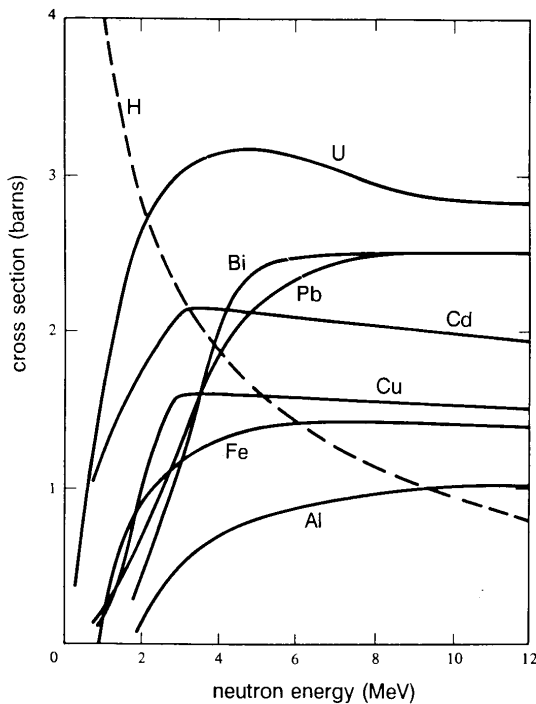
2.3.2. Inelastische verstrooiing

Bij inelastische verstrooiing wordt een deel van de kinetische energie van het neutron gebruikt om de getroffen kern in een aangeslagen toestand te brengen. Dit proces is dus alleen mogelijk als de kinetische energie van het neutron voldoende is om het energieverschil Q tussen grondtoestand en eerste aangeslagen toestand te overbruggen, d.w.z. het is een z.g. drempelreactie met als drempelenergie:

$$E_{dr} = \frac{1+A}{A} Q$$

2.3.13

Omdat Q kleiner is naarmate een kern zwaarder is, zal inelastische verstrooiing vooral bij middelzware en zware kernen een rol spelen, omdat de drempelenergie dan laag is en de werkzame doorsnede relatief hoog aangezien er keuze is uit verscheidene aangeslagen toestanden. Figuur 2.10 geeft de inelastische strooidoorsnede voor een zevental nucliden in vergelijking met de elastische strooidoorsnede van waterstof.



Figuur 2.10. Inelastische strooidoorsnede voor een aantal nucliden. Ter vergelijking is met een streepjeslijn de strooidoorsnede van waterstof weergegeven.

Opgemerkt moet worden dat de elastische strooidoorsnede van de middelzware en zware kernen in het MeV-gebied veelal groter is dan de inelastische. Bij elastische botsingen is echter bij deze kernen het energieverlies van de botsende neutronen gering, terwijl dit bij inelastische botsingen aanzienlijk kan zijn. Bij neutronenafscherming dienen de snelle neutronen, bij gebrek aan voldoende absorptiekans, eerst te worden afgeremd voordat zij effectief kunnen worden gevangen. Omdat in het MeV-gebied de elastische doorsneden van goede neutronenremmers snel afnemen, is inelastische verstrooiing aan zwaardere kernen een goed mechanisme voor afremming in dit energiegebied.

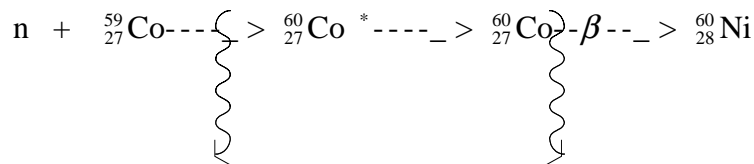
Onmiddellijk na de inelastische verstrooiing van een neutron keert de aangeslagen kern naar de grondtoestand terug onder uitzending van één of meer gammaquanten. Dit betekent dat de inelastische verstrooiing een bron van gammastraling is, waarmee bij de afscherming soms rekening moet worden gehouden. In het algemeen is deze gammabron echter verwaarloosbaar ten opzichte van de bijdrage van de z.g. vangst-gammastraling (zie par. 2.3.3). Ook de bijdrage van $(n,2n)$ reacties, die bij sommige nucliden kunnen plaatsvinden en die een extra neutronen bijdrage geven, is in het algemeen verwaarloosbaar.

2.3.3. Neutronenvangst

Onder neutronenvangst wordt het proces verstaan, waarbij een neutron in de kern geabsorbeerd wordt, mits dit niet tot splijting leidt. Met behulp van vangstprocessen in de afscherming wordt de neutronenstraling definitief 'vernietigd', waarbij echter drie vormen van secundaire straling kunnen ontstaan:

1. Onmiddellijk na de vangst emitteert de aangeslagen kern z.g. *vangstgamma's* die een energie tot ca. 10 MeV kunnen bezitten omdat immers de gehele bindings-energie van het neutron beschikbaar is voor de vorming van secundaire straling. Gezien de vrij hoge energie van de vangstgamma's moet men aan deze vorm van secundaire straling bijzondere aandacht besteden bij de afscherming.
2. Na emissie van de vangstgamma's is de gevormde kern in vele gevallen nog niet stabiel hetgeen aanleiding zal zijn tot radioactief verval onder uitzending van gamma- en bètastraling. De bètastraling is uit afschermings oogpunt meestal van weinig belang gezien de korte dracht van bèta's in materie (van de orde van 1 mm in vaste stoffen). Wel zal soms aandacht moeten worden besteed aan de z.g. *activeringsgamma's*, bijvoorbeeld in het extreme geval dat deze gammastraling de voornaamste stralingsbron is (vervoer van gebruikte splijstofelementen, reparatiewerkzaamheden, enz.).

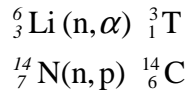
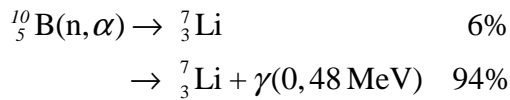
Ter illustratie van het onderscheid tussen vangstgamma's en activeringsgamma's kunnen de processen dienen die optreden na neutronenvangst in kobalt:



vangstgamma's
0-8 MeV
momentaan

activeringsgamma's
1,17 en 1,33 MeV
 $T_{1/2} = 5,23 \text{ a}$

3. Sommige lichte kernen kunnen onmiddellijk na neutronenvangst een geladen deeltje emitteren, bijvoorbeeld:



De geladen deeltjes hebben een zeer korte dracht en zijn daarom uit afschermingsoogpunt niet belangrijk. Genoemde processen zijn van belang voor neutronenafscherming, omdat hierbij veelal geen vangstgammastraling vrijkomt ofwel gammastraling van lage energie (z.g. zachte gammastraling) zoals bij de ^{10}B -reactie.

De werkzame doorsnede voor neutronenvangstreacties neemt toe met afnemende neutronenenergie en kan zeer hoge waarden bereiken in het z.g. resonantiegebied, maar dan in zeer smalle energiegebiedjes (de resonantiepieken), zie figuur 2.7.

Neutronen worden dus effectief geabsorbeerd als zij een zo laag mogelijke energie bezitten d.w.z. wanneer zij in evenwicht zijn met de warmtebeweging van de kernen in het afschermingsmateriaal (z.g. thermische neutronen). Een goede afscherming tegen snelle neutronen berust dan ook op het zo snel mogelijk afremmen van de neutronen via inelastische en elastische botsingen en vervolgens absorberen in materialen met hoge vangstdoorsneden voor thermische neutronen, waarbij echter aandacht moet worden besteed aan de emissie van secundaire straling.

Hoofdstuk 4

BASISCONCEPTEN IN TRANSPORT VAN NEUTRALE DEELTJES

4.1. Deeltjesverzwakking in een medium

Uit de in 2.1 gegeven definitie van de lineaire interactiecoëfficiënt μ volgt dat voor de fluxdichtheid van *onverstrooide* deeltjes rond een mono-energetische isotrope puntbron met emissietempo Q in een oneindig medium geldt:

$$\phi_o(r) = Q \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} \quad 4.1.1$$

Voor de *gemiddelde vrije weglengte* (vaak afgekort als *mfp* van 'mean free path') ofwel *relaxatielengte* λ van de deeltjes geldt:

$$\lambda = \mu^{-1} \quad 4.1.2$$

Indien zich tussen de bron en de 'detector' lagen van verschillende materialen bevinden, geldt:

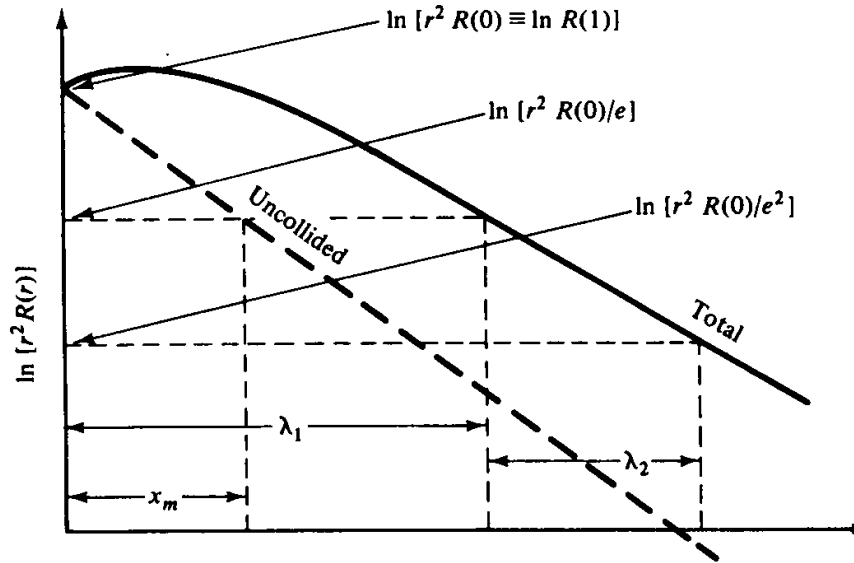
$$\phi_o(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \exp - \int_0^r \mu(r') dr' \quad 4.1.3$$

De integraal is gelijk aan de weglengte, gemeten in eenheden mfp, en wordt aangeduid als *optische weglengte* in verband met een analoog begrip in de optica.

De fluxdichtheid ϕ_o heeft betrekking op de deeltjes die geen enkele interactie hebben ondergaan. Sommige deeltjes zullen verstrooid zijn en aldus uit de rechte lijn van puntbron naar detector zijn verwijderd; daarna kunnen echter één of meer volgende verstrooiingen optreden waardoor de verstrooide deeltjes alsnog kunnen bijdragen tot de fluxdichtheid ter plaatse van de detector. De *totale fluxdichtheid* zal derhalve hoger zijn:

$$\phi(r) = Q \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} B(r) \quad 4.1.4$$

waarin $B(r)$ (> 1) een *opbouwfactor* is. In dit geval, waarin de denkbeeldige detector de fluxdichtheid registreert, spreekt men van *fluxopbouwfactor*. De situatie is geschetst in figuur 4.1.



Figuur 4.1. Het produkt van r^2 en de detectorresponsie voor mono-energetische deeltjes van een isotrope puntbron in een homogeen oneindig medium.

Men is bij afschermingsproblemen in het algemeen geïnteresseerd in het *dosis(equivalent)tempo* als functie van de afstand. De denkbeeldige detector meet dan het dosis-equivalenttempo dat ter plaatse in weefsel zou optreden; hiervoor geldt:

$$\dot{H}(r) = UQ \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} B'(r) \tag{4.1.5}$$

waarin μ onveranderd is (het dosistempo t.g.v. onverstrooide deeltjes is immers evenredig met de 'onverstrooide flux'), maar waarin $B'(r)$ nu de *dosisopbouwfactor* is en U de dosisconversiefactor. Deze laatste verschilt van $B(r)$ zowel wat betreft dimensie als wat betreft ruimtelijk verloop; de bijdrage van de verstrooide deeltjes aan het dosistempo is immers energie-afhankelijk en de energieverdeling van de deeltjes zal in het algemeen variëren met de afstand tot de bron.

Soms is men geïnteresseerd in het *energie-absorptietempo* in het materiaal (in feite dus de warmte-ontwikkeling) waarbij weer een andere opbouwfactor hoort. Het concept van de opbouwfactor wordt vooral toegepast bij berekening van fotonenverzwakking en zal in hoofdstuk 5 nader worden behandeld. Men dient in het oog te houden dat de opbouwfactor *detectorafhankelijk* is.

In afschermingsbeschouwingen wordt ook wel het begrip *effectieve relaxatielengte* gebruikt, waarmee men de verzwakking van de totale fluxdichtheid c.q. dosistempo beschrijft. Uit figuur 4.1 is duidelijk dat deze grootte plaatsafhankelijk is. In veel

gevallen zal zich in een homogeen medium en op grotere afstanden van de bron echter een *evenwichtsspectrum* instellen, waarbij de totale fluxdichtheid (en dus ook het dosis-tempo enz.) beschreven kan worden met een constante effectieve relaxatielengte:

$$\phi(r) = \frac{\exp(-r/\lambda_{\text{eff}})}{r^2} \quad 4.1.6$$

In deze gevallen worden ook wel de begrippen *halveringsdikte* en *decimeringsdikte* gebruikt:

$$d_{0,5} = \ln 2 \cdot \lambda_{\text{eff}} = 0,693 \lambda_{\text{eff}} \quad 4.1.7$$

$$d_{0,1} = \ln 10 \cdot \lambda_{\text{eff}} = 2,303 \lambda_{\text{eff}} \quad 4.1.8$$

De laatste benaming is in feite foutief. Historisch gezien betekent 'decimeren' dat een aantal **met** 10% wordt verminderd, maar thans is de betekenis ingeburgerd van 'verminderen **tot** 10%'.

4.2. Stralenganalyse en puntkern

De deeltjes die als 'onverstrooide' deeltjes een bijdrage leveren tot het detectietempo, bewegen zich langs rechte lijnen van het bronpunt naar het detectiepunt. De berekening van de onverstrooide component wordt dan ook wel als 'stralenganalyse' omschreven. Later zal blijken dat ook de verstrooide component in de stralenganalyse kan worden betrokken, met name bij fotonenstraling. De fysische reden hiervoor is tweëerlei: de verstrooiing van (met name hoog-energetische) deeltjes is sterk voorwaarts gericht, zodat geen sterke afwijking van de rechte lijn optreedt; daarnaast zullen vooral die deeltjes bijdragen tot het detectietempo, die niet te sterk van de rechte lijn tussen bron- en detectiepunt afwijken, waarlangs immers de afstand het kortst is.

Het uitgangspunt van de stralenganalyse impliceert, dat ook complexe geometrische bron/detector-configuraties kunnen worden doorgerekend met integralen van het type 4.1.3 die geïntegreerd worden over alle bronpunten en detectorpunten. Meestal wordt de detector puntvormig gedacht zodat alleen over de bronpunten behoeft te worden geïntegreerd.

Zeer algemeen kan worden geschreven:

$$\phi_0(\vec{r}_d) = \int S_v(\vec{r}_b) \cdot G(\vec{r}_b, \vec{r}_d) dV \quad 4.2.1$$

waarin S_v = volumieke emissietempo van de bron
 \vec{r} = positievector van bron, resp. detectiepunt
 $G_s(\vec{r}_b, \vec{r}_d)$ = z.g. Green's functie of *puntkern*

Voor het speciale geval van de stralenbenadering geldt:

$$G_s(\vec{r}_b, \vec{r}_d) = \frac{\exp\left(-\int_0^{|\vec{r}_d - \vec{r}_b|} \mu \left\{ \vec{r}_b + \frac{\vec{r}_d - \vec{r}_b}{|\vec{r}_d - \vec{r}_b|} s \right\} ds\right)}{4\pi |\vec{r}_b - \vec{r}_d|^2} \quad 4.2.2$$

of voor een homogeen medium:

$$G_s(\vec{r}_b, \vec{r}_d) = \frac{\exp(-\mu r)}{4\pi r^2} \quad \text{met } r = |\vec{r}_b - \vec{r}_d| \quad 4.2.3$$

Het voordeel van de stralenanalyse is dat voor bronnen met een regelmatige vorm analytische uitdrukkingen kunnen worden afgeleid voor het detectietempo van onverstrooide deeltjes in een detector. Dit zal voor een aantal belangrijke gevallen worden gedaan in de volgende paragrafen, waarbij als detector steeds een *isotrope puntdetector* is aangenomen, aangezien de grootheden die men wil berekenen (fluxdichtheid, dosisequivalenttempo, energie-absorptietempo) ook gebaseerd zijn op isotrope detectie.

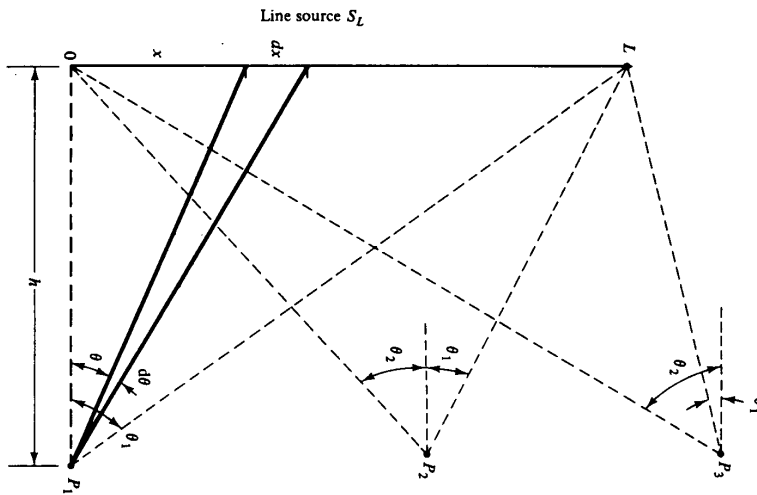
Voor een puntbron in een homogeen medium geldt voor het detectietempo R voor niet-verstrooide straling:

$$R = F \frac{Q}{r^2} e^{-\mu r} \quad 4.2.4$$

waarbij F een constante is die qua dimensie en waarde afhangt van de dimensies van Q, R en van de tijdseenheid; in praktische gevallen wordt voor de laatste vaak het *uur* (h) gebruikt. Wanneer Q het bronemissietempo in Bq is en R de fluxdichtheid, dan is F dimensieloos.

4.3. Isotrope lijnbron

Voor een isotrope rechte lijnbron met lineïeke bronsterkte S_L en geplaatst in een niet-verzwakkend medium ('in vacuo') geldt (figuur 4.2):



Figuur 4.2. Isotrope rechte-lijnbron in een niet-verzwakkend medium.

$$d\phi_0 = \frac{S_L}{4\pi(h^2 + x^2)} dx \quad 4.3.1$$

Aangezien $x = h \tan \theta$, $h^2 + x^2 = h^2 \sec^2 \theta$ en $dx = h \sec^2 \theta d\theta$ volgt:

$$\phi_0(P_1) = \int_0^{\theta_1} \frac{S_L}{4\pi h} d\theta = \frac{S_L \theta_1}{4\pi h} \quad 4.3.2$$

$$\phi_0(P_2) = \frac{S_L(\theta_1 + \theta_2)}{4\pi h} \quad 4.3.3$$

$$\phi_0(P_3) = \frac{S_L(\theta_2 - \theta_1)}{4\pi h} \quad 4.3.4$$

Voor een oneindig lange lijnbron geldt dus:

$$\phi_0(P_2) = \frac{S_L}{4h} \quad 4.3.5$$

Als de ruimte tussen lijnbron en detector gevuld is met een homogeen medium dan geldt:

$$d\phi_0(P_1) = \frac{S_L}{4\pi(h^2 + x^2)} e^{-\mu(h^2 + x^2)^{1/2}} dx \quad 4.3.6$$

wat na omwerken levert:

$$\phi_o(P_1) = \frac{S_L}{4\pi h} \int_0^{\theta_1} e^{-\mu h \sec \theta} d\theta = \frac{S_L}{4\pi h} F(\theta_1, \mu h) \quad 4.3.7$$

waarin F de *secans-integraalfunctie* of *Sievert-integraal* is:

$$F(\theta, b) = \int_0^{\theta} e^{-b \sec \xi} d\xi \quad 4.3.8$$

Een grafische voorstelling van de F-functie vindt men in Appendix A14.

De volgende benaderingen zijn dikwijls bruikbaar:

$$\theta < 0,1 (\approx 6^\circ): F(\theta, b) \approx \theta \cdot e^{-b} \quad 4.3.9$$

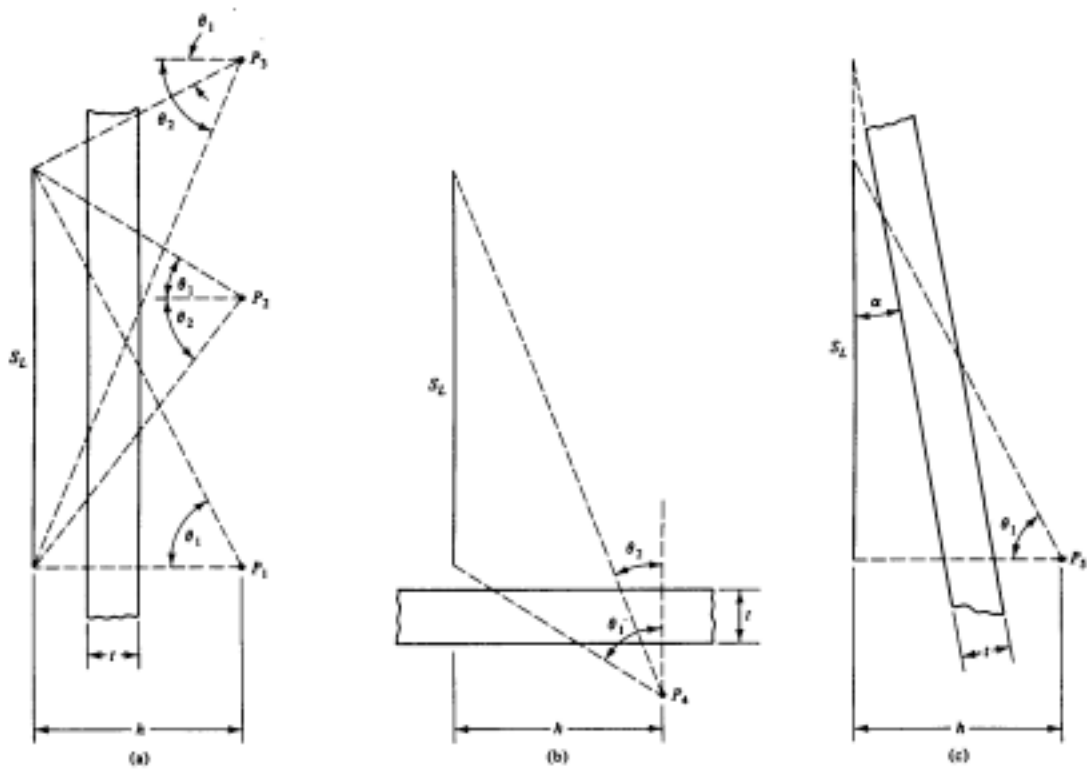
$$b > 10: F\left(\frac{\pi}{2}, b\right) \approx 1,2 \frac{e^{-b}}{\sqrt{b}} \quad 4.3.10$$

Voor $b < 10$ is de tweede benadering conservatief (d.w.z. geeft een te hoge waarde, dus 'aan de veilige kant'). Voorts blijkt uit A14 dat bij lange lijnbronnen met sterke afscherming de straling vrijwel geheel afkomstig is van de sector $0 < \theta < 0,6$ (ca. 30°); dit gegeven is nuttig bij berekeningen aan niet-homogene lijnbronnen.

Uit het voorgaande volgt:

$$\phi_o(P_2) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_1, \mu h) + F(\theta_2, \mu h)] \quad 4.3.11$$

$$\phi_o(P_3) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_2, \mu h) - F(\theta_1, \mu h)] \quad 4.3.12$$



Figuur 4.3. Isotrope rechte-lijnbron achter een plaatschild.

Voor een lijnbron achter een *plaatschild* ter dikte t (figuur 4.3):

$$\phi_o(P_1) = \frac{S_L}{4\pi h} F(\theta_1, \mu t) \quad 4.3.13$$

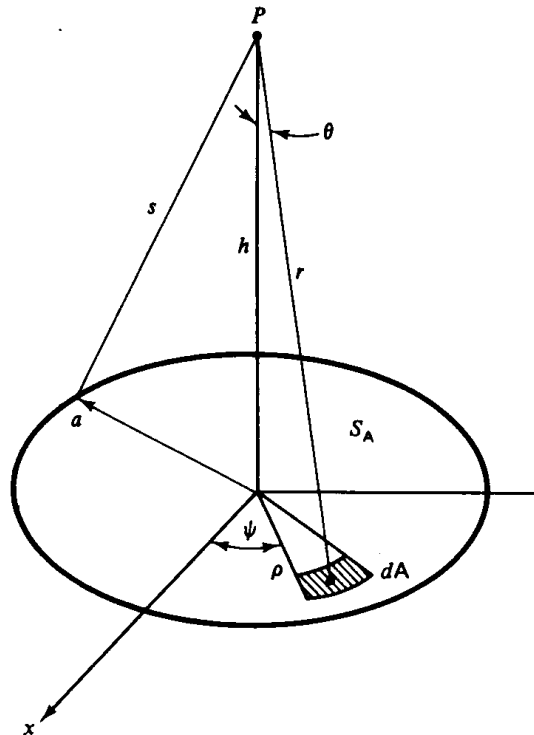
en analoge uitdrukkingen voor de punten P_2 , P_3 en P_4 . Voor P_5 , de situatie met een scheefstaand plaatschild, is eenvoudig af te leiden:

$$\phi_o(P_5) = \frac{S_L}{4\pi h} [F(\theta_1 + \alpha, \mu t) - F(\alpha, \mu t)] \quad 4.3.14$$

Indien het plaatschild is opgebouwd uit een aantal lagen t_i van materialen met verschillende μ_i , moet μt in de voorgaande uitdrukkingen worden vervangen door $\sum_i \mu_i t_i$.

4.4. Oppervlaktebronnen

Voor een *isotrope schijfbron in vacuo* (figuur 4.4.) met areïeke bronsterkte S_A geldt:



Figuur 4.4. Isotrope schijfbron.

$$\phi_o(P) = \frac{S_A}{4\pi} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\psi}{r^2} = \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{dr}{r} = \frac{S_A}{4} \ell n \left(1 + \frac{a^2}{h^2} \right) \quad 4.4.1$$

Voor $a \ll h$:

$$\phi_o(P) = \frac{S_A a^2}{4h^2} \quad 4.4.2$$

wat ook kan worden geschreven als:

$$\phi_o(P) = \frac{S}{4\pi h^2} \quad 4.4.3$$

waarin S de totale bronsterkte is; dit brengt tot uitdrukking dat een bron als puntbron kan worden benaderd indien de afstand van de bron tot de detector veel groter is dan de bronafmetingen.

In het meer algemene geval van een *anisotrope schijfbron* hangt het emissieverloop van

de hoek θ tussen de emissierichting en de oppervlaktenormaal af. Deze hoekafhankelijkheid kan worden beschreven met een reeksontwikkeling naar gehele machten van $\cos \theta$.

Stel nu dat de hoekafhankelijke areïeke bronsterkte beschreven wordt door:

$$S_A(\Omega) = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ \cos^m \theta \quad 4.4.4$$

waarin S_A^+ het *totale areïeke emissietempo* is naar de halfruimte, waarin zich de detector bevindt, immers:

$$\int_{2\pi} S_A(\Omega) d\Omega = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ \int_0^{\pi/2} \cos^m \theta \cdot 2\pi \sin \theta d\theta = S_A^+ \quad 4.4.4a$$

Dan volgt:

$$\phi_o(P) = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ h^m \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{dr}{r^{m+1}} \quad 4.4.5$$

Voor $m = 0$ is dit identiek aan 4.4.1 voor de isotrope bron, waar $S_A^+ = S_A/2$.

Voor $m > 0$ is de oplossing:

$$\phi_o(P) = \frac{m+1}{m} S_A^+ \left[1 - \left(1 + \frac{a^2}{h^2} \right)^{-m/2} \right] \quad 4.4.6$$

Het meest voorkomende geval van een anisotrope schijfbron is de z.g. '*cosinus-schijfbron*' met $m = 1$ (zie par. 4.5).

Merk op dat voor een isotrope schijfbron geldt $\phi_o(0) = \infty$, terwijl voor $m > 0$ geldt:

$$\phi_o(0) = \frac{m+1}{m} S_A^+ \quad 4.4.7$$

zodat algemeen:

$$\phi_0(P) = \phi_0(0) \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{a^2}{h^2} \right)^{-m/2} \right] \quad 4.4.8$$

wat voor $h \gg a$ levert:

$$\phi_0(P) \approx \phi_0(0) \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{a^2}{h^2} \quad 4.4.9$$

Voor een *isotrope schijfbron in een verzwakkend medium* verloopt de afleiding analoog aan die van 4.4.1 met toevoeging van een factor $\exp(-\mu r)$. Dit geeft:

$$\phi_0(P) = \frac{S_A}{2} [E_1(\mu h) - E_1(\mu s)] \quad 4.4.10$$

waarin E_1 een *exponentiële integraalfunctie* is, waarvoor geldt:

$$E_n(b) = b^{n-1} \int_b^\infty \frac{e^{-t}}{t^n} dt = \int_1^\infty \frac{e^{-bt}}{t^n} dt \quad 4.4.11$$

zie Appendix A15.

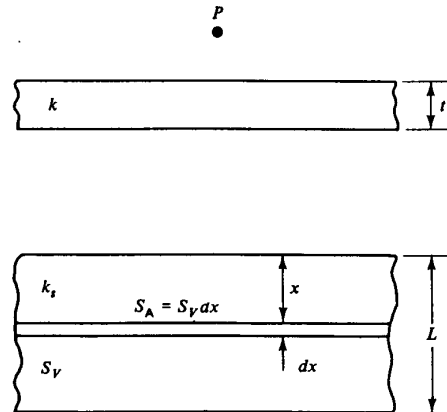
Voor een *cosinus-schijfbron* vinden we:

$$\phi_0(P) = 2S_A^+ \left[E_2(\mu h) - \frac{h}{s} E_2(\mu s) \right] \quad 4.4.12$$

Indien zich tussen de schijfbron en de detector een evenwijdig plaatschild ter dikte t bevindt, zijn voorgaande formules ook geldig, mits h vervangen wordt door t en s door ts/h .

4.5. Volumebronnen

We beschouwen een vlakke homogene en isotrope plaatbron met een evenwijdig vlak schild, beide van oneindige afmetingen (figuur 4.5).



Figuur 4.5. Isotrope homogene volumebron, in de vorm van een oneindige plaat, evenwijdig aan een vlak schild.

Stel $d\phi_0(P)$ de differentiële detectorresponsie ten gevolge van bronnen in de dunne plaat ter dikte dx . Deze dunne plaat kan worden beschouwd als een isotrope schijfbron met areïeke bronsterkte $S_A dx$, als S_V de volumieke bronsterkte is. Uit 4.4.10 en de transformatie genoemd onder 4.4.12 volgt dan met $s \rightarrow \infty$:

$$d\phi_0(P) = \frac{S_V}{2} E_1(\mu t + \mu_s x) dx \quad 4.5.1$$

De totale onverstrooide fluxdichtheid wordt dus:

$$\phi_0(P) = \frac{S_V}{2} \int_0^L E_1(\mu t + \mu_s x) dx = \frac{S_V}{2\mu_s} [E_2(\mu t) - E_2(\mu t + \mu_s L)] \quad 4.5.2$$

Voor een half-oneindige bron geldt derhalve:

$$\phi_0(P) = \frac{S_V}{2\mu_s} E_2(\mu t) \quad 4.5.3$$

Deze uitdrukking kan worden toegepast indien $\mu_s L \gg 1$, d.w.z. bij 'optische dikke' plaatbronnen.

Het is zinvol erop te wijzen, dat 4.5.3 identiek is aan 4.4.12 met $s \rightarrow \infty$ en $S_A^+ = \frac{S_V}{4\mu_s}$.

Hieruit volgt een belangrijke conclusie:

Een half-oneindige isotrope plaatbron met volumieke bronsterkte S_V is ten aanzien van de niet verstrooide straling equivalent aan een cosinus-schijfbron met een areïek emissietempo van $S_V/4\mu_s$.

Hieruit blijkt, zoals ook langs directe weg is af te leiden, dat het hoekafhankelijke emissietempo aan het oppervlak van de plaatbron evenredig is met de cosinus van de hoek, die de uittredende onverstrooide deeltjes maken met de normaal op het oppervlak.

Voor $\mu_s L \ll 1$, d.w.z. *een optisch dunne plaatbron*, kan men de bron beschouwen als een isotrope schijfbron waarbij alle bronnen in de plaat aan het oppervlak zijn geconcentreerd, d.w.z. $S_A = S_V L$, zodat volgens 4.4.10 en de transformatie genoemd onder 4.4.12:

$$\phi_o(P) = \frac{S_V L}{2} E_1(\mu t) \quad 4.5.4$$

wat ook door limietovergang $\mu_s L \rightarrow 0$ in 4.5.2 volgt door gebruik te maken van een eigenschap der exponentiële integraalfuncties:

$$E_n(y) = -\frac{d}{dy} E_{n+1}(y) \quad 4.5.5$$

In de praktijk krijgt men vaak te maken met meer gecompliceerde situaties.

Het is dan noodzakelijk de feitelijke bron-schild-configuratie te vervangen door een mathematisch beter hanteerbare configuratie die in fysisch opzicht zoveel mogelijk equivalent is en in ieder geval een conservatieve benadering inhoudt; dit laatste wil zeggen dat de gebruikte benadering tot een overdimensionering van de afscherming leidt.

Ter illustratie het volgende voorbeeld. Men kan een optisch dikke volumebron benaderen door een oppervlaktebron. De bijdragen van de inwendige brondelen nemen af met toenemende afstand tot het oppervlak. Men kan nu als benadering het volgende doen: alle activiteit binnen één mfp ($= 1/\mu_s$) van het oppervlak wordt op dat oppervlak geconcentreerd gedacht en behandeld als isotrope schijfbron. Dit geeft:

$$\phi_o(P) = \frac{S_V}{2\mu_s} E_1(\mu t) \quad 4.5.6$$

wat ten opzichte van 4.5.3 een conservatieve benadering is, vooral voor dunne schilden; voor een schilddikte van 10 mfp is de fout echter al kleiner dan 8%. De beschreven benadering kan bijvoorbeeld worden gebruikt wanneer de volumebron niet homogeen is in de 'diepte'-richting.

Notities bij Hoofdstuk 4

4.1 Deeltjesverzwakking in een medium

- Voor formule (4.1.2) in het dictaat kan via partieel integreren worden afgeleid:

$$\lambda = \int_0^{\infty} r \exp(-\mu r) \mu dr = \frac{1}{\mu} \quad (1)$$

4.3 Lijnbronnen

- Voor de afleiding van formule (4.3.2) in het dictaat wordt gebruik gemaakt van de secans functie, waarvoor geldt:

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad (2)$$

- Voor de afstand x in figuur 4.2 in het dictaat geldt:

$$x = h \tan \theta = h \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{en} \quad dx = \frac{h}{(\cos \theta)^2} = h (\sec \theta)^2 d\theta \quad (3)$$

- De onverstrooide flux in een punt ten gevolge van een half oneindige lijnbron kan eenvoudig worden afgeleid van formule 4.3.2 in het dictaat:

$$\Phi_0(P_1) = \lim_{\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{S_L \theta_1}{4\pi h} = \frac{S_L}{8\pi h} \quad (4)$$

- De onverstrooide flux ten gevolge van een oneindige lijnbron is twee maal zo groot als de fluxwaarde gegeven in formule (4) en onafhankelijk van de positie van punt P_1 .
- Voor punt P_4 in figuur 4.3-b in het dictaat geldt:

$$\Phi_0(P_4) = \int_{x_0}^{x_0+L} \frac{S_L \exp(-\mu t \sec \theta)}{4\pi (h^2 + x^2)} dx \quad (5)$$

Omdat geldt $x = h \tan \theta$ en $dx = h (\sec \theta)^2 d\theta$ kan formule (5) worden getransformeerd naar een integraal over θ . Dit geeft:

$$\Phi_0(P_4) = \frac{S_L}{4\pi h} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp(-\mu t \sec \theta) d\theta = \frac{S_L}{4\pi h} (F(\theta_2, \mu t) - F(\theta_1, \mu t)) \quad (6)$$

waarbij $F(\theta, \mu t)$ de secans-integraalfunctie voorstelt.

- Voor de situatie waarbij de afscherming scheef staat ten opzichte van de lijnbron (figuur 4.3-c in het dictaat), geldt dat de effectieve dikte van de afscherming gegeven is door: $\mu t / \cos(\theta + \alpha)$ waarbij θ varieert van 0 tot θ_1 . De onverstrooide flux in punt P_5 wordt dan dus gegeven door formule (4.3.14) in het dictaat.

4.4 Oppervlaktebronnen

- Voor de oppervlaktebron in figuur 4.4 in het dictaat geldt: $\rho^2 + h^2 = r^2$ zodat $\rho d\rho = r dr$. Voor de afleiding van formule 4.4.1 in het dictaat is gebruik gemaakt van het feit dat:

$$\Phi_0(P) = \frac{S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{dr}{r} = \frac{S_A}{2} \ln\left(\frac{s}{h}\right) = \frac{S_A}{4} \ln\left(\frac{s}{h}\right)^2 = \frac{S_A}{4} \ln\left(1 + \frac{a^2}{h^2}\right) \quad (7)$$

- Indien formule 4.4.4 in het dictaat wordt geïntegreerd over de halfrimte verkrijgt men formule 4.4.4a:

$$\int_0^{2\pi} S_A(\Omega) d\Omega = S_A^+ \frac{m+1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^1 (\cos\theta)^m d\cos\theta = S_A^+ \quad (8)$$

- Indien formule 4.4.4 in het dictaat wordt gesubstitueerd in formule 4.4.1 verkrijgt men formule 4.4.6:

$$\Phi_0(P) = \frac{m+1}{2\pi} S_A^+ \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s (\cos\theta)^m \frac{dr}{r} = (m+1) S_A^+ \int_h^s \frac{h^m}{r^{m+1}} dr = \frac{m+1}{m} S_A^+ \left(1 - \frac{h^m}{s^m}\right) \quad (9)$$

- Indien zich een absorberend medium bevindt tussen de bron en detector wordt de onverstrooide flux in punt P in figuur 4.4 in het dictaat:

$$\Phi_0(P) = \frac{S_A^+}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{\exp(-\mu r)}{r} dr = \frac{S_A^+}{2} \int_{\mu h}^{\mu s} \frac{\exp(-\mu r)}{\mu r} d\mu r = \frac{S_A^+}{2} [E_1(\mu h) - E_1(\mu s)] \quad (10)$$

- Voor een bron met hoekverdeling gegeven door formule 4.4.4 in het dictaat wordt de onverstrooide flux:

$$\begin{aligned} \Phi_0(P) &= (m+1) S_A^+ \int_h^s (\cos\theta)^m \frac{\exp(-\mu r)}{r} dr = (m+1) S_A^+ \int_h^s \frac{h^m \exp(-\mu r)}{r^{m+1}} dr = \\ &= (m+1) S_A^+ \int_{\mu h}^{\mu s} \frac{(\mu h)^m \exp(-\mu r)}{(\mu r)^{m+1}} d\mu r = (m+1) S_A^+ \left[E_{m+1}(\mu h) - \left(\frac{h}{s}\right)^m E_{m+1}(\mu s) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

4.5 Volumebronnen

- Voor de afleiding van formule 4.5.2 in het dictaat is gebruik gemaakt van de relatie 4.5.5:

$$\frac{d}{dx} E_n(x) = -E_{n-1}(x) \quad \text{voor } n \geq 1 \quad (12)$$

zodat:

$$\int_0^L E_1(x) dx = -(E_2(L) - E_2(0)) = E_2(0) - E_2(L) \quad (13)$$

- Formule 4.5.6 in het dictaat wordt verkregen uit formule 4.4.10 die de onverstrooide flux geeft ten gevolge van een oneindig uitgestrekte isotrope schijfbron ($s \rightarrow \infty$) in een verzwakend medium als voor de bronsterkte in formule 4.4.10 alle activiteit uit de eerste vrije weglengte van de volumebron wordt gebruikt:

$$S_A = S_V \frac{1}{\mu_s} \quad (14)$$

- Formule 4.5.6 in het dictaat geeft een conservatieve waarde voor de onverstrooide flux omdat altijd geldt:

$$E_{n-1}(x) > E_n(x) \quad (15)$$

Hoofdstuk 5

FOTONENAFSCHERMING

5.1. Opbouwfactor

De in het voorgaande hoofdstuk besproken stralenanalyse wordt algemeen toegepast voor berekeningen van fotonentransport. Vgl. 4.1.1 toegepast op een fotonenbron levert:

$$\phi_{\gamma}^0(r) = Q_{\gamma} \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r^2} \quad 5.1.1$$

waarin Q_{γ} de gammabronsterkte is en μ de lineïeke verzwakkingscoëfficiënt voor de betreffende fotonen in het beschouwde medium; ϕ_{γ}^0 is de fluxdichtheid van niet-verstrooide of geabsorbeerde fotonen. Met behulp van de flux-dosisomrekeningsfactoren U_{γ} , gegeven in tabel A1, kan men dan het dosistempo t.g.v. niet-verstrooide fotonen berekenen.

Het totale dosistempo zal echter hoger zijn ten gevolge van de bijdragen van fotonen die een comptonverstrooiing hebben ondergaan en annihilatiefotonen die na paarvorming zijn ontstaan. Het comptoneffect zal over het algemeen domineren.

De extra bijdrage van secundaire fotonen brengt men in rekening met de reeds in 4.1 geïntroduceerde *dosisopbouwfactor*:

$$\dot{H}_{\gamma}(r) = \phi_{\gamma}(r, E_0) \cdot U_{\gamma}(E_0) \cdot B(r, E_0) \quad 5.1.2$$

waarin E_0 = energie van de bronfotonen
 U_{γ} = flux-dosis(equivalent)tempo conversiefactor
 B = dosis(equivalent)opbouwfactor

De dosisopbouwfactor kan voor verschillende geometrieën (puntbron, lijnbron, plaatbron) worden berekend, hetgeen een gedetailleerde analyse van het fotonentransport vereist, ofwel experimenteel worden bepaald. Berekeningen aan fotonentransport zijn zeer gecompliceerd vanwege het sterk anisotrope karakter van de comptonverstrooiing.

In de loop van de tijd zijn veel (hoofdzakelijk empirische) gegevens beschikbaar gekomen betreffende de dosisopbouwfactoren voor verschillende fotonenergieën, materialen en (in veel beperktere mate) brongemetrieën. In tabel A7 zijn gegevens vermeld voor een puntvormige gammabron in homogene en oneindige media: bij

toepassing op schilden van eindige dikte zullen de berekende dosistempri te hoog zijn, hetgeen een benadering 'aan de veilige kant' is.

5.2. Empirische benaderingen

Teneinde de hoeveelheid gegevens te reduceren en bovendien een voldoende nauwkeurige interpolatie mogelijk te maken, zijn verschillende empirische formules ontwikkeld voor de opbouwfactor als functie van de afstand in het geval van een puntbron in een oneindig homogeen medium. Criteria voor dergelijke formules zijn:

- het aantal onafhankelijke parameters moet minimaal zijn waarbij de gewenste nauwkeurigheid de ondergrens bepaalt.
- de vorm moet eenvoudig zijn en zich bij voorkeur lenen om te worden opgenomen in de integrand van puntkernen bij uitgebreide bronnen.
- de formule moet voor $r \rightarrow 0$ voldoen aan de eis $B(r) \rightarrow 1$.

De derde voorwaarde volgt uit het feit dat in de puntbron zelf de 'onverstrooide' fluxdichtheid naar oneindig gaat terwijl de fluxdichtheid van verstrooide fotonen eindig is. Veel gebruikte formules zijn de volgende:

Formule van Taylor:

$$B(r) = Ae^{-\alpha_1 \mu r} + (1-A)e^{-\alpha_2 \mu r} \quad 5.2.1$$

Het voordeel van deze formule is dat zij goed past in iedere puntkern met een exponentiële verzwakking. Tabel A8 geeft een aantal waarden voor de parameters. Het blijkt dat deze drie-parameteraanpassing nauwkeuriger is voor materialen met hoge Z dan voor lage Z. Voor water wordt daarom soms een vijf-parameter Taylorbenadering gebruikt:

$$B(r) = \sum_{n=1}^3 A_n \exp(-\alpha_n \mu r) \quad 5.2.2$$

met $\sum_{n=1}^3 A_n = 1$. Tabel A9 geeft de waarden van de parameters.

Uit tabel A8 blijkt, dat $\alpha_1 < 0$ en $\alpha_2 > 0$, wat impliceert dat voor grote waarden van μr de eerste term van 5.2.1 ten opzichte van de tweede term overheerst: op enige afstand van de bron treedt 'exponentiële opbouw' op. Voor grotere afschermingsdikten wordt daarom als conservatieve benadering alleen de term met positieve exponent in de berekening gebruikt.

Formule van Berger:

$$B(r) = 1 + a\mu r e^{b\mu r} \quad 5.2.3$$

Deze formule past ook goed in analytische berekeningen met puntkernen. De eerste term heeft betrekking op onverstrooide straling, de tweede uitsluitend op de verstrooide component. Hoewel slechts twee parameters worden gebruikt, is deze benadering ongeveer even nauwkeurig als die van Taylor met drie parameters. Tabel A10 geeft een aantal numerieke gegevens.

Polynoombenadering:

$$B(r) = \sum_{i=0}^N a_i (\mu r)^i \quad 5.2.4$$

Gewoonlijk wordt $N=3$ gebruikt om een redelijke nauwkeurigheid tot $\mu r = 20$ te bereiken.

Bij het gebruik van deze empirische betrekkingen dient men zich bewust te zijn van de beperkte nauwkeurigheid. De toepassing van de Taylor- of de Berger-benadering is gerechtvaardigd voor $\mu r < 40$. Teneinde een indruk te krijgen van de nauwkeurigheid, kan men voor een concreet geval de uitkomsten van de drie formules met elkaar vergelijken.

De parameters in de voorgaande formules zijn functies van de energie E_0 van de bronfotonen en het atoomnummer Z van het medium. Voor sommige van de parameters is de variatie met E_0 voldoende geleidelijk om een empirische benadering van deze parameters als functie van E_0 mogelijk te maken waardoor men niet behoeft te interpoleren naar de energie in tabellen als A8 t/m A10. Een voorbeeld hiervan is de benadering van Capo, die uitgaat van de polynoombenadering volgens 5.2.4 met $N = 3$ waarbij voor de coëfficiënten een polynoombenadering in de energie wordt toegepast:

$$a_i = \sum_{j=0}^4 C_{ij} (1/E)^j \quad 5.2.5$$

Voor numerieke gegevens wordt verwezen naar tabel A11.

5.3. Complexe situaties

De in 5.2 gegeven relaties voor de opbouwfactor gelden voor oneindige, homogene media. In praktische gevallen kunnen enige complicaties optreden:

- het medium is eindig
- het medium bestaat uit een ander materiaal dan waarvoor de gegevens bekend zijn c.q. uit een mengsel van materialen
- het medium is heterogeen, bijv. bestaat uit lagen van verschillende materialen.

Het eerste punt geeft in feite geen problemen; zoals reeds in 5.2 is opgemerkt, geeft de hantering van oneindig-medium opbouwfactoren aanleiding tot overschatting en zij is dus aanvaardbaar.

Bij het tweede punt dient als leidraad dat tussen de opbouwfactor en het atoomnummer Z van het medium een duidelijke correlatie bestaat (zie de tabellen). Deze correlatie hangt samen met de verhoudingen tussen de kansen op paarvorming, comptoneffect en foto-elektrisch effect zoals behandeld in paragraaf 2.2. Om een opbouwfactor te bepalen voor een materiaal dat niet in de tabellen voorkomt, dient men derhalve in die tabellen een vervangend materiaal te kiezen, waarvan de Z -waarde zo dicht mogelijk in de buurt ligt. In geval van twijfel kiest men een Z -waarde die in het relevante energiegebied tot een overschatting van B leidt. Uiteraard moet wel de exacte waarde voor μ worden gebruikt. Deze laatste is voor vrijwel alle van praktisch belang zijnde elementen bekend (zie tabellen A3 en A4). Tevens geldt dat de massieke interactiecoëfficiënt μ/ρ (tabel A4) zeer geleidelijk met Z varieert, wat een goed hulpmiddel voor interpolatie is.

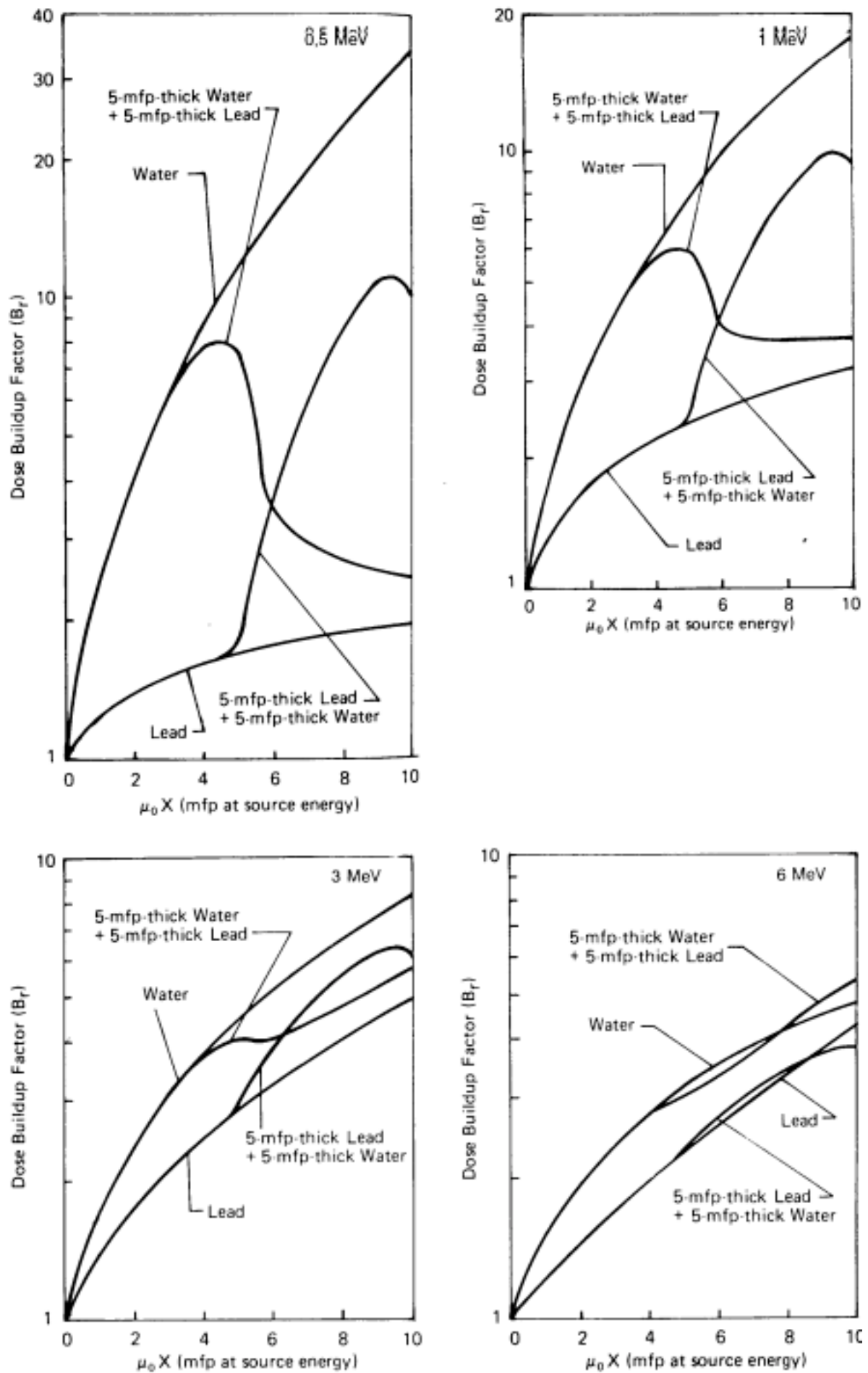
Voor de bepaling van μ voor een homogeen mengsel valt eenvoudig in te zien dat:

$$\mu = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_i \cdot \rho_i \quad 5.3.1$$

waarin ρ_i de massa van component i per volume-eenheid is en $(\mu/\rho)_i$ de massieke interactiecoëfficiënt van deze component. Ter bepaling van de effectieve Z -waarde van een mengsel kan men de Z -waarde van iedere component wegen met de bijdrage van deze component aan de totale μ .

Bij heterogene schilden dient men eerst te overwegen of het schild ook in fysisch opzicht homogeen is. Dit laatste is het geval indien de afmetingen van de afzonderlijke materiaalgebieden groter zijn dan de gemiddelde vrije weglengte van de gammafotonen. Is dit niet het geval, dan is het schild voor de fotonen equivalent aan een homogeen mengsel van de betreffende materialen.

Wanneer een gelaagd schild ook in fysisch opzicht homogeen is, ligt de zaak gecompliceerder en zijn verschillende benaderingen mogelijk. Op fysische gronden bestaan er zekere regelmatigheden, die het gebruik van opbouwfactoren voor homogene media mogelijk maken.



Figuur 5.1. Verloop van de opbouwfactor in een vlak schild voor een loodrecht invallende evenwijdige zambundel.

Een vuistregel voor lagen van twee verschillende materialen ter dikte x_1 en x_2 , genummerd vanaf de bron naar de detector toe is:

- indien $Z_1 < Z_2$, is de totale opbouwfactor gelijk aan de opbouwfactor B_2 van het medium met hogere Z en met gebruik van $\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$ als argument; dit leidt wel tot onderschatting van de factor.
- indien $Z_1 > Z_2$, is de totale opbouwfactor gelijk aan het product van de afzonderlijke opbouwfactoren van de lagen; dit kan leiden tot sterke overschatting.

In formulevorm:

$$Z_1 < Z_2: B(\mu_1 x_1, \mu_2 x_2) = B_2(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2) \quad 5.3.2$$

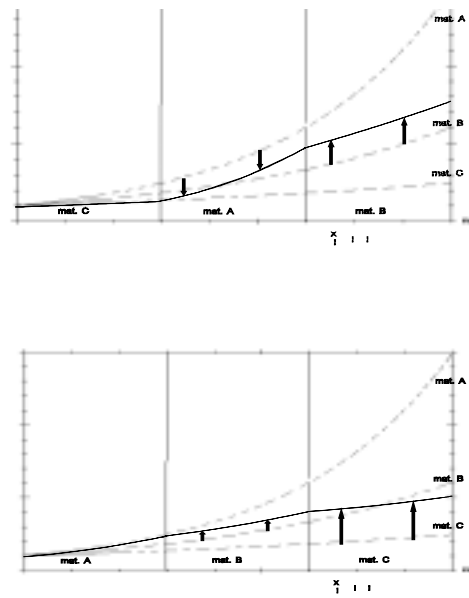
$$Z_1 > Z_2: B(\mu_1 x_1, \mu_2 x_2) = B_1(\mu_1 x_1) \cdot B_2(\mu_2 x_2) \quad 5.3.3$$

Voor deze vuistregel gelden de volgende fysische overwegingen. Materialen met hoge Z verwijderen veel effectiever de lage-energie fotonen, die door comptonverstrooiing ontstaan dan materialen met een lage Z ; de oorzaak ligt in het feit dat de interactiecoëfficiënten voor foto-elektrisch resp. comtoneffect ongeveer evenredig zijn met Z^5 resp. Z . Het fotonenspectrum is na passeren van een hoog- Z materiaal relatief arm aan lage-energie fotonen ofwel 'hard', na het passeren van een laag- Z materiaal is het spectrum relatief 'zacht'. Wanneer het lage- Z materiaal eerst komt (vanaf de bron gezien!), zullen de lage-energiefotonen door het daaropvolgende hoge- Z materiaal effectief worden weggefilterd en zal de detector een spectrum 'zien' dat karakteristiek is voor het laatste materiaal.

Wanneer echter het lage- Z materiaal in de tweede laag zit, zal het relatief harde spectrum dat erop valt in deze laag zachter worden. De straling die op de detector valt heeft dan een spectrum dat door beide materialen wordt bepaald. Dat voorgaande benadering zijn beperkingen heeft, blijkt uit figuur 5.1 waarin voor een viertal fotonenergieën het verloop van de opbouwfactor in gelaagde schilden van lood en water is weergegeven. Voor vier mogelijke schilden:

- a. 10 mfp water
- b. 10 mfp lood
- c. 5 mfp water, gevolgd door 5 mfp lood
- d. 5 mfp lood, gevolgd door 5 mfp water

De figuren hebben voorts betrekking op een evenwijdige bundel fotonen die loodrecht vallen op een vlak schild. Door het grote verschil in Z -waarden is dit een extreem geval, vooral bij lage fotonenergie. Let in het bijzonder op het 'verzadigingseffect', d.w.z. dat de



Figuur 5.2. Verloop van de opbouwfactor in een gelaagde afscherming volgens de methode van Broder.

straling bij het binnentreden van een nieuwe schildlaag geleidelijk het voorafgaande materiaal 'vergeet': dit treedt op indien zich een evenwichtsspectrum instelt dat bij het betreffende materiaal hoort en manifesteert zich heel duidelijk bij overgang van lage Z naar hoge Z. In figuur 5.1 ziet men tevens het effect van het niet-oneindig zijn van het schild op de opbouwfactor; indien de tweede laag uit water bestaat, met lage Z en dus sterk opbouweffect, treedt bij de buitenrand zelfs een daling in B op.

Een meer algemene methode is die van *Broder*. In figuur 5.2 is deze methode grafisch geïllustreerd; zij komt neer op het *laag-voor-laag sommeren van de individuele verschillen in de opbouwfactor* of in formulevorm:

$$B \left\{ \sum_{i=1}^N X_i \right\} = B_1(X_1) + \sum_{n=2}^N \left\{ B_n \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) - B_n \left(\sum_{i=1}^{n-1} X_i \right) \right\} \quad 5.3.4$$

waarin $X_i = \mu_i x_i$ = dikte van de i-de laag in mfp voor bronfotonen
 B = totale opbouwfactor voor N lagen
 B_n = opbouwfactor van het materiaal van de n-de laag

Vergelijking van de figuren 5.1 en 5.2 leert, dat een tekortkoming van Broder's methode is, dat zij het eerdergenoemde verzadigingseffect niet tot uitdrukking brengt. Wanneer een hoog-Z materiaal gevolgd wordt door een laag-Z materiaal, geeft de Broder-methode een onderschatting van de opbouwfactor en andersom; uit figuur 5.1 kan men echter afleiden hoe men tot een veilige schatting komt bij gelaagde schilden. Voor nauwkeuriger benaderingen, die echter veelal empirisch zijn en slechts gelden voor bepaalde materiaalcombinaties, wordt verwezen naar de literatuur.

5.4. Integratie met puntkerntechnieken

Bij de gebruikmaking van de puntkernbenadering van hoofdstuk 4 voor berekening van de detectorresponsie ten gevolge van 'ongebotste' fotonen, kan men de totale responsie in principe verkrijgen door vermenigvuldiging met een opbouwfactor. Voor uitgebreide bronnen met een specifieke bron-schildgeometrie zijn echter de opbouwfactoren in het algemeen niet bekend. Men dient dan de opbouwfactor van puntbronnen in de puntkern te verdisconteren vóórdat geïntegreerd wordt over de totale bron. In dit verband is het gewenst dat de functionele vorm van de opbouwfactor goed 'past' in de puntkern. Bij de *straalbenadering* is dit het geval indien de opbouwfactor uit exponentiële functies is opgebouwd, zoals bij Taylor en Berger het geval is.

Ter illustratie volgt hier het geval van een *isotrope schijfbron in een medium*, zoals behandeld in paragraaf 4.4.

Voor het totale dosistempo in het detectiepunt P geldt:

$$\dot{H}_\gamma(P) = U_\gamma \frac{S_A}{2} \int_h^s \frac{B(\mu r) e^{-\mu r}}{r} dr \quad 5.4.1$$

waarin U_γ en μ betrokken zijn op de energie E_0 der bronfotonen.

Substitutie van de *Taylor-benadering* voor $B(\mu r)$ geeft voor de integraal:

$$AE_1[(1 + \alpha_1)\mu h] - AE_1[(1 + \alpha_1)\mu s] + (1 - A)E_1[(1 + \alpha_2)\mu h] - (1 - A)E_1[(1 + \alpha_2)\mu s] \quad 5.4.2$$

Vanwege de zuiver exponentiële vorm van de Taylor-benadering is er geen probleem bij de integratie. Een beperkt nadeel is dat er in het eindresultaat geen scheiding is tussen de directe en de verstrooide component. Dit laatste verkrijgt men wel bij gebruik van de *Bergerbenadering* die voor de integraal in 5.4.1 geeft:

$$E_1(\mu h) - E_1(\mu s) + \frac{a}{1 - b} \left[e^{-(1-b)\mu h} - e^{-(1-b)\mu s} \right] \quad 5.4.3$$

Notities bij Hoofdstuk 5

5.4 Integratie met puntkerntechnieken

- Voor een oppervlaktebron in een verzwakkend medium met opbouwfactor volgens de formule van Taylor (zie figuur 4.4 in het dictaat) geldt:

$$\begin{aligned}
 H_{\gamma}(P) &= \frac{U_{\gamma} S_A}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_h^s \frac{B_H(\mu r) \exp(-\mu r)}{r} dr = \\
 &= \frac{U_{\gamma} S_A}{2} \int_h^s \left[A \exp(-a_1 \mu r) + (1-A) \exp(-a_2 \mu r) \right] \frac{\exp(-\mu r)}{r} dr \\
 &= \frac{U_{\gamma} S_A}{2} \left\{ \int_h^s A \exp(-(1+a_1)\mu r) \frac{dr}{r} + \int_h^s (1-A) \exp(-(1+a_2)\mu r) \frac{dr}{r} \right\} = \quad (16) \\
 &= \frac{U_{\gamma} S_A}{2} \left\{ A E_1[(1+a_1)\mu h] - A E_1[(1+a_1)\mu s] \right\} + \\
 &= \frac{U_{\gamma} S_A}{2} \left\{ (1-A) E_1[(1+a_2)\mu h] - (1-A) E_1[(1+a_2)\mu s] \right\}
 \end{aligned}$$

Hier is U_{γ} de flux-dosis conversie factor voor gammastraling (zie tabel A1) en moeten uiteraard ook Taylorparameters voor de dosisopbouwfactor worden gebruikt.

In moderne afschermingscodes wordt uiteraard numeriek geïntegreerd over het bronvolume. Hiertoe wordt het bronvolume in kleine differentiële volumina opgedeeld, meestal door de gebruiker bepaald, en wordt voor elk volumedeel de onverstrooide flux berekend volgens formule (5.1.1) in het dictaat en de bijdrage aan het dosistempo volgens formule (5.1.2). Uiteraard moet ook door de gebruiker worden opgegeven welke conversiefactor U_{γ} en welke opbouwfactor B moeten worden gebruikt. Ook kan meestal worden ingevoerd welke formule moet worden gebruikt om de gelaagdheid van de afscherming in rekening te brengen (§5.3).

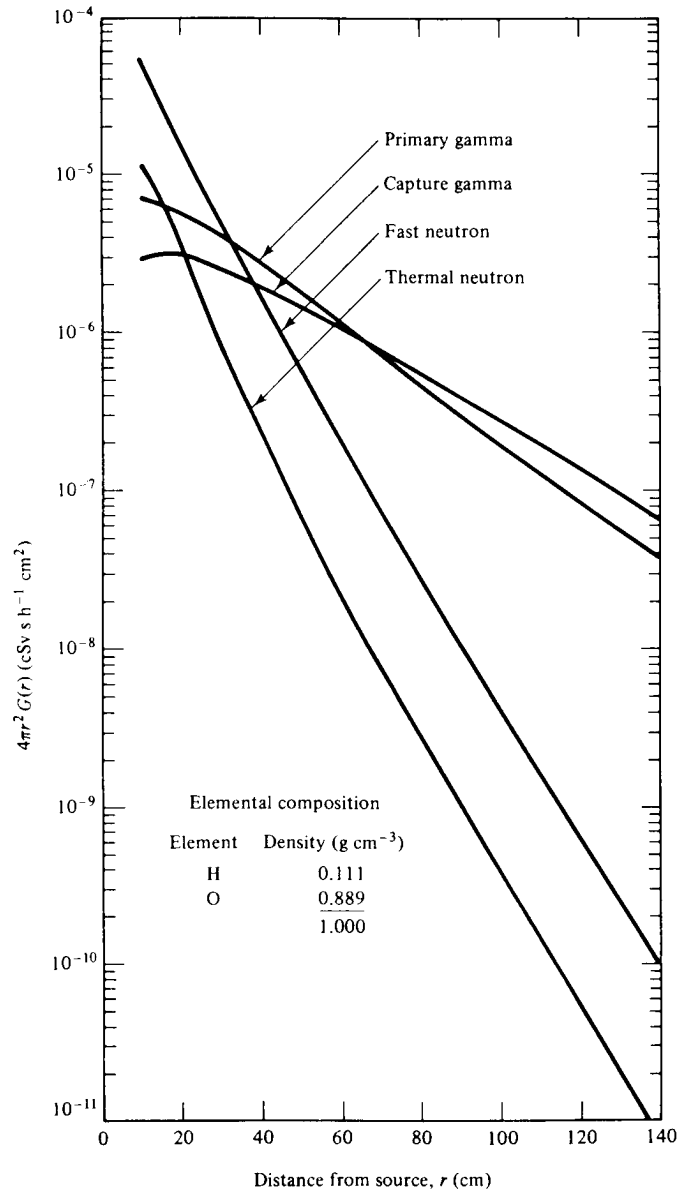
Hoofdstuk 6

NEUTRONENAFSCHERMING

6.1. Verschillen met fotonenverzwakking

Berekeningen van neutronenafscherming zijn in het algemeen complexer dan van fotonenafscherming. Dit komt doordat het transport van neutronen een ander karakter heeft dan van fotonen. Voorts geven neutronen bij de uiteindelijke absorptie vrijwel altijd aanleiding tot fotonenproductie (vangstgamma's), zodat een neutronenafschermingsprobleem ook altijd een gamma-afschermingsprobleem is. Zeer vaak speelt de secundaire straling zelfs een overheersende rol; figuur 6.1 geeft een voorbeeld hiervan. Bij de bepaling van neutronendosistempri zijn de snelle neutronen van groot belang, gezien de hoge waarde van de dosisconversiefactor bij hoge energie (zie tabel A2). Anderzijds worden de neutronen hoofdzakelijk bij lage energie geabsorbeerd, zodat voor de bepaling van de ruimtelijke verdeling der secundaire stralingsbronnen een voldoende nauwkeurige berekening van de verdeling der laag-energetische neutronen moet worden gemaakt. Dit betekent dat het neutronentransport over een breed energiegebied moet worden geanalyseerd, waarbij nog komt dat de interactie-coëfficiënten voor neutronen veel sterker variëren (zowel naar energie als naar nuclide) dan voor fotonen. Voor nauwkeurige neutronentransportberekeningen dient derhalve gebruik te worden gemaakt van vaak omvangrijke computerprogramma's die de materiaalgegevens putten uit grote databibliotheken.

Toch is het vaak zinvol om met geschikt gekozen benaderingen vereenvoudigde analyses uit te voeren, bijvoorbeeld in de beginstadia van een ontwerp en om een gevoel te krijgen welke aspecten een belangrijke rol spelen bij de dimensionering van een stralingsschild. In situaties, die in geometrisch opzicht en qua materiële samenstelling niet complex zijn, kan zelfs met 'hand'-berekeningen worden volstaan. De voornaamste doelen van dit hoofdstuk zijn dan ook het verschaffen van technieken voor benaderende berekeningen en het geven van inzicht in de methoden waarop de meeste computerberekeningen zijn gebaseerd.



Figuur 6.1. Verdeling van het dosisequivalenttempo rond een ²⁵²Cf-bron in een oneindig medium.

Bij fotonenverzwakking is de straalbenadering met een correctie door middel van opbouwfactoren, zoals in het vorige hoofdstuk gepresenteerd, zeer bruikbaar.

Hoewel een dergelijke benadering voor neutronen wel eens bruikbaar is, dient zij toch met grote omzichtigheid en alleen in zeer eenvoudige gevallen te worden gehanteerd. Reden hiervoor is dat de dosisopbouwfactor, die de bijdrage van verstrooide deeltjes in rekening brengt, bij neutronen veel sterker afhankelijk is van de materialen, het bronnspectrum en de geometrische details dan bij fotonen. Dit is weer een gevolg van het eerder-

genoemde grilliger verloop der interactiekansen, in afhankelijkheid van nuclidesoort, energie en verstrooiingshoek, alsmede van de relatief kleinere energiedegradatie die neutronen in vergelijking met fotonen bij botsingen ondergaan, waardoor het gemiddelde aantal botsingen tot absorptie veel hoger ligt. De zeer sterke toename van gamma-interactiekansen met afnemende energie speelt hierbij een grote rol (vergelijk het '1/v-verloop' van de vangstdoorsnede van neutronen met vgl. 2.2.2 van het foto-elektrisch effect!).

6.2. Snelle neutronen in water

Een goede afscherming voor snelle neutronen berust op het zo snel mogelijk afremmen van deze neutronen, gevolgd door absorptie waarbij bij voorkeur weinig of geen secundaire straling moet ontstaan. Voor de afremming worden vaak waterstof-houdende (z.g. hydrogene) materialen toegepast.

Een belangrijk voorbeeld is het gedrag van splijtingsneutronen in water. De splijtingsneutronen worden hoofdzakelijk via elastische botsingen met de waterstofkernen afgeremd. De fluxdichtheid van *onverstrooide* neutronen op een afstand r van een puntvormige splijtingsbron in water volgt uit:

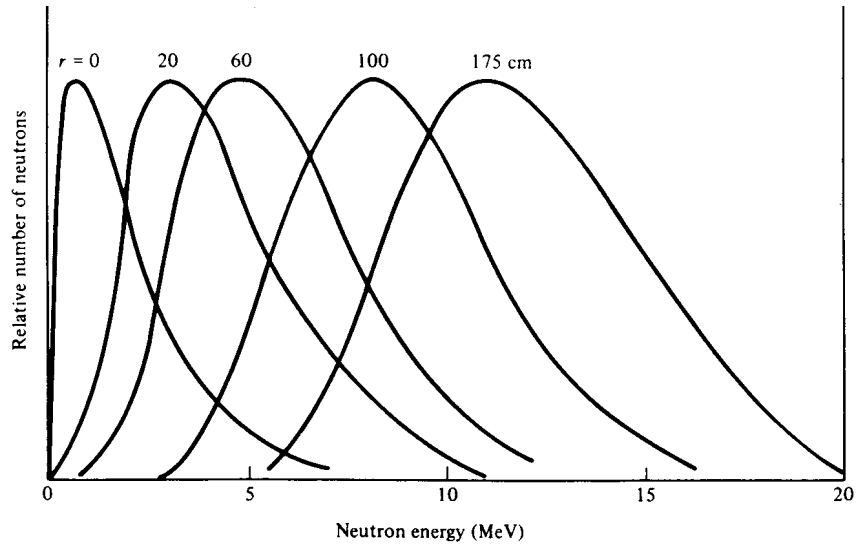
$$\phi^0(r, E) = \frac{S_p \chi(E)}{4\pi r^2} \exp[-N_H \sigma_H(E) r] \quad 6.2.1$$

waarin S_p = bronsterkte
 $\chi(E)$ = splijtingsspectrum
 N_H = aantal H-kernen per volume-eenheid (in water $6,7 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$)

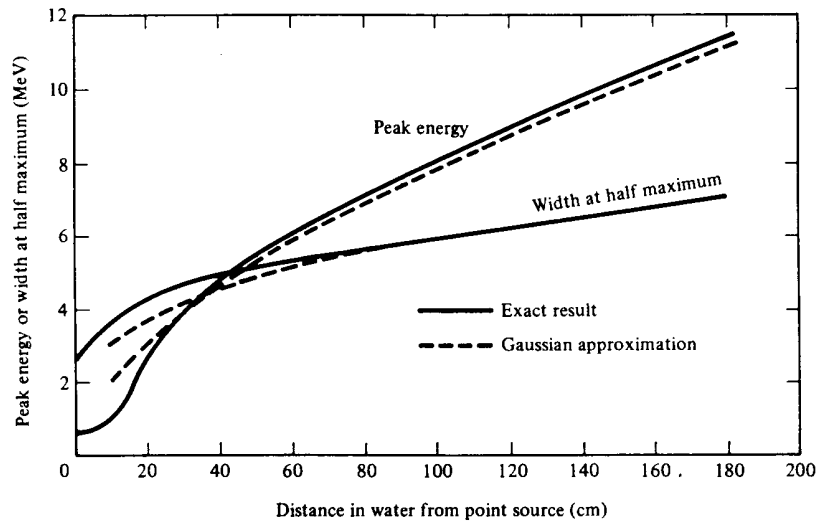
De strooidoorsnede van waterstof verloopt tot 10 keV vrij vlak maar neemt daarboven steeds sterker af (figuur 2.6). Dientengevolge gaan met toenemende afstand tot de bron de snellere neutronen steeds sterker overheersen. Figuur 6.2 toont een aantal genormeerde spectra $n(E)$ op verschillende afstanden tot een puntvormige splijtingsbron in een oneindige hoeveelheid water. De spectra blijken vanaf ca. 30 cm vrij goed gaussisch te zijn, waarbij zowel de modale energie als de piekbreedte monotoon met de afstand toenemen (zie figuur 6.3).

6.3. Het concept 'verwijderingsdoorsnede'

In veel gevallen worden neutronen niet alleen door hydrogene media verzwakt, maar zijn ook lagen niet-hydrogeen materiaal aanwezig, bijvoorbeeld om constructieve redenen en/of voor verzwakking van fotonenstraling. Gebleken is dat de invloed van een dergelijke laag onder bepaalde voorwaarden kan worden beschreven met een exponentiële verzwakking.



Figuur 6.2. Genormeerde spectra van neutronen, die nog geen botsing hebben ondergaan, voor een splijtingsbron in water.



Figuur 6.3. Modale energie en piekbreedte op halve hoogte van de spectra in figuur 6.2.

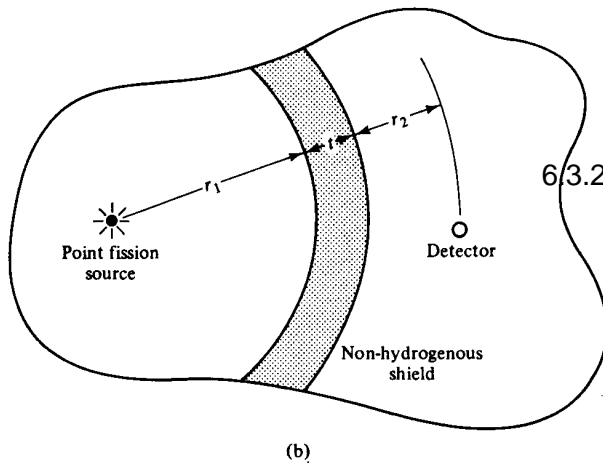
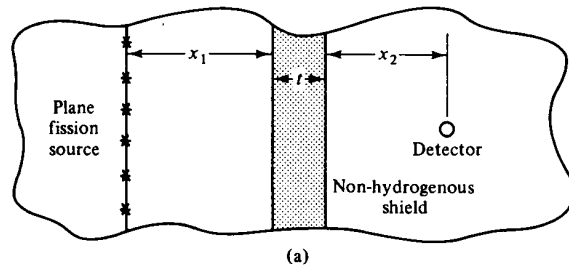
Figuur 6.5 toont twee situaties. Het blijkt dat het dosistempo als het gearceerde materiaal aanwezig is (d.w.z. op een afstand $x = x_1 + x_2$ van het hydrogene materiaal plus een laag ter dikte t van het niet-hydrogene materiaal) een verband heeft met het dosistempo op een afstand x van de bron, met afwezige niet-hydrogene laag, volgens:

$$\dot{D}' = \dot{D} e^{-\mu_v t} \quad 6.3.1$$

waarbij het accent duidt op de aanwezigheid van de niet-hydrogene laag en μ_v de *verwijderingscoëfficiënt* is die karakteristiek voor de niet-hydrogene component en voor een bepaald bron spectrum. Voor het analoge experiment (b) met een puntbron in een sferische geometrie geldt:

$$\dot{D}' = \dot{D} \left(\frac{r}{r+t} \right)^2 e^{-\mu_v t}$$

In beide gevallen moet aan twee voorwaarden zijn voldaan: $\mu_v t < 5$ en tussen de (laatste) niet-hydrogene laag en de detector moet zich ten minste 5 g/cm² waterstof bevinden (bij water 45 cm). Verwijderingsdoorsneden voor het geval van een bron met splijtingsspectrum worden



Figuur 6.5. Geometrieën voor de bepaling van de verwijderingsdoorsnede.

gegeven in tabel A16. De tweede voorwaarde, waaraan moet zijn voldaan, heeft als fysische achtergrond, dat het neutronenspectrum door de niet-hydrogene laag wordt verstoord, waarna voldoende botsingen in het hydrogene materiaal moeten plaatsvinden om weer de spectrale verdeling te krijgen die karakteristiek is voor dit materiaal. Beschouwt men de verwijderingscoëfficiënt van de verschillende nucliden in tabel A16, dan blijkt vervanging van hydrogeen materiaal door niet-hydrogeen materiaal (bijv. Fe, Ni, W, U) verbetering van de afscherming te geven, mits daarbij aan genoemde twee voorwaarden voldaan blijft. Dit komt omdat deze materialen door inelastische verstrooiing beter dan waterstof in staat zijn om de hoog-energetische neutronen af te remmen. Wanneer echter de neutronen beneden de drempelenergie van inelastische verstrooiing komen, gaat de energie-afname verder langzaam door de hoge A-waarden. Er ontstaat dan een geleidelijke 'oepenhoping' van middelsnelle neutronen. Zodra deze echter in het hydrogene materiaal komen wordt dit surplus weer opgeruimd en komt geleidelijk weer een evenwichtsspectrum in het afremgebied tot stand.

Appendix A

TABELLEN EN FIGUREN

A18. Exponentiële integraalfuncties (voor grafieken zie A15)

Definitie : $E_n(b) = b^{n-1} \int_b^{\infty} \frac{e^{-t}}{t^n} dt \quad (n \text{ geheel en } \geq 0, b \geq 0)$

Recursieformule : $E_n(b) = \frac{1}{n-1} \{e^{-b} - bE_{n-1}(b)\} \quad (n > 1)$

Differentiatie : $\frac{dE_n(b)}{db} = -E_{n-1}(b)$

Benadering : bij berekeningen kan een benaderde waarde voor $E_n(b)$ worden verkregen m.b.v. de ongelijkheid:

$$\frac{e^{-b}}{b+n} < E_n(b) < \frac{e^{-b}}{b+n-1} \quad (n \geq 1, b > 0) \quad 68$$

Voor grote b-waarden kan hiermee een goede schatting voor $E_n(b)$ worden verkregen.